

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ  
ПОЛИТИКИ  
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**

государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
Краснодарского края

**«КРАСНОДАРСКИЙ ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ООД.03 Математика**

для специальности  
43.02.06 Сервис на транспорте (по видам транспорта)

РАССМОТРЕНА  
цикловой методической комиссией  
филологических дисциплин  
Протокол от «\_\_» \_\_ 2024г. № \_\_  
Председатель комиссии \_\_\_\_\_ Шильникова В.К.

УТВЕРЖДЕНА  
приказом директора  
от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2024г.  
№ \_\_

ОДОБРЕНА  
Педагогическим советом колледжа  
Протокол от «\_\_» 2024 г. № \_\_\_\_

Рабочая программа общеобразовательной дисциплины ООД.03 Математика предназначена для реализации основной профессиональной образовательной программы СПО по специальности 43.02.06 Сервис на транспорте (по видам транспорта)(приказ Минобрнауки России от 26.08.2022 г. № 777, зарегистрирован в Минюсте России от 29.09.2022 №770278), укрупненной группы специальностей 43.00.00 Сервис и туризм.

Рабочая программа разработана на основе требований ФГОС СОО (утверждена приказом Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413, зарегистрирован в Минюсте России от 07.06.2012 № 24480), Концепцией преподавания общеобразовательных дисциплин с учетом профессиональной направленности программ среднего профессионального образования, реализуемых на базе основного общего образования (утверждена распоряжением Министерства просвещения Российской Федерации от 30.04.2021г. № Р-98), с учетом Примерной основной образовательной программы среднего общего образования, одобренной решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з).

**Разработчик:**

\_\_\_\_\_ Шильникова В.К.

преподаватель *математики* ГБПОУ КК «КТЭК»

Квалификация по диплому:

Магистр по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки

**Рецензент:**

---

---

---

---

---

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
5. КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

## **Общая характеристика рабочей программы общеобразовательной дисциплины ОУД.03 Математика**

1.1. Место дисциплины в структуре профессиональной образовательной программы СПО:

Общеобразовательная дисциплина «Математика» является обязательной частью общеобразовательного цикла образовательной программы в соответствии с ФГОС специальности 43.02.06 Сервис на транспорте (по видам транспорта).

1.2. Цели и планируемые результаты освоения дисциплины:

1.2.1. Цель дисциплины

Содержание программы общеобразовательной дисциплины «Математика» направлено на достижение результатов ее изучения в соответствии с требованиями ФГОС СОО с учетом профессиональной направленности ФГОС СПО.

1.2.2. Планируемые результаты освоения общеобразовательной дисциплины в соответствии с ФГОС СПО и на основе ФГОС СОО.

Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии ОК и ПК.

Общие компетенции	Планируемые результаты обучения	
	Общие	Дисциплинарные
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	<p>В части трудового воспитания:</p> <p>готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие;</p> <p>готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность;</p> <p>интерес к различным сферам профессиональной деятельности,</p> <p>Овладение универсальными учебными познавательными действиями:</p> <p>а) базовые логические действия: самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне;</p> <p>устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;</p>	<p>-владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;</p> <p>уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;</p> <p>- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на</p>

	<p>определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; развивать креативное мышление при решении жизненных проблем</p> <p>б) базовые исследовательские действия: владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях;</p> <p>-- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; уметь интегрировать знания из разных предметных областей; выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения;</p>	<p>движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов;</p>
	и способность их использования в	применять формулы сложения и умножения

	<p>познавательной и социальной практике</p>	<p>вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;</p> <p>уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;</p> <p>уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение</p>
--	---	---

		<p>площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;</p> <p>уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;</p> <p>уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;</p> <p>-уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий</p> <p>российской и мировой математической науки</p>
<p>ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности</p>	<p>В области ценности научного познания:</p> <p>-сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;</p> <p>совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;</p> <p>осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.</p>	<p>уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;</p> <p>уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с</p>
	<p>Овладение универсальными учебными</p>	<p>помощью различных приемов; решать уравнения,</p>



	<p>познавательными действиями:  в) работа с информацией:  владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления;  создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;  оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам;  использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;  владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности</p>	<p>неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;  - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни</p>
--	---	--

<p>ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях</p>	<p>В области духовно-нравственного воспитания:  -- сформированность нравственного сознания, этического поведения;  способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально- нравственные нормы и ценности;  осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;  ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России;  Овладение универсальными регулятивными действиями:  а) самоорганизация:  самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;  самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений;  давать оценку новым ситуациям;  способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень;</p>	<p>уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;  уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники;  уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками</p>
--	---	--

	<p>б) самоконтроль: использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения; уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность: внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию; социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты</p>	
<p>ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде</p>	<p>готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению; -овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности; Овладение универсальными коммуникативными и действиями: б) совместная деятельность: -понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы;</p>	<p>уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с</p>

<p>ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей</p>	<p>В области эстетического воспитания: эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений; способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других</p>	<p>- уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с</p>
<p>ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и</p>	<p>осознание обучающимися российской гражданской идентичности; целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, антикоррупционного мировоззрения,</p>	<p>уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; *уметь оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; уметь формулировать обратное и</p>

<p>межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения</p>	<p>правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы;  В части гражданского воспитания: осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка;  принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей;  готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;  готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в общеобразовательной организации и детско-юношеских организациях;  умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;  готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности;  патриотического воспитания:  сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;</p>	<p><i>противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;</i>  <i>*уметь свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; уметь задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;</i>  <i>*уметь выбирать подходящий метод для решения задачи;</i>  <i>понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; уметь распознавать проявление законов математики в искусстве, уметь приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки</i></p>
---	---	---

	<p>ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде; идейная убежденность, готовность к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу; освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории; овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности</p>	
<p>ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях</p>	<p>не принимать действия, приносящие вред окружающей среде; уметь прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их; расширить опыт деятельности экологической направленности;</p>	<p>- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и</p>

	<p>разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов;</p> <p>осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду;</p> <p>уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности;</p> <p>предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости;</p> <p>давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям</p>	<p>наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения;</p> <p>уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;</p> <p>уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы</p>
<p>ПК3 бронирование и продажа перевозок и услуг</p>	<p>ПК 1.1. Бронировать (резервировать) пассажирские, багажные и грузовые перевозки.</p> <p>ПК 1.3. Проводить финансовые взаиморасчеты с пассажирами и грузоотправителями.</p> <p>ПК 1.5. Использовать автоматизированные системы на транспорте.</p>	

## 2. Структура и содержание общеобразовательной дисциплины

### 2.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем в часах
Объем образовательной программы дисциплины	232
в т.ч.	
Основное содержание	178
теоретическое обучение	154
практические занятия	24
Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)	48
в т. ч.:	
теоретическое обучение	12
практические занятия	36
Индивидуальный проект (да/нет)**	
Консультации	2
Промежуточная аттестация (экзамен)	4



## 2.2. Тематический план и содержание дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала (основное и профессионально-ориентированное), лабораторные и практические занятия, прикладной модуль (при наличии)	Объем часов	Формируемые компетенции
1	2	3	4
<b>Основное содержание</b>			
Раздел 1. Повторение курса математики основной школы		<b>18</b>	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05, ОК 06 ПК1.1 ПК1.3 ПК1.5
Тема 1.1	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
Цель и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления	Цель и задачи математики при освоении специальности. <i>Базовые знания и умения по математике в профессиональной и в повседневной деятельности.</i>	2	
	Действия над положительными и отрицательными числами, с обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения	2	
Тема 1.2	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
Процентные вычисления. Уравнения и неравенства	Простые проценты, разные способы их вычисления.	2	
	Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства	2	
Тема 1.3.	<b><i>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</i></b>	<b>4</b>	
Процентные вычисления в профессиональных задачах	<b>Практическое занятие №1</b> Простые и сложные проценты.	2	
	<b>Практическое занятие №2</b> Процентные вычисления в профессиональных задачах	2	
Тема 1.4	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
Решение задач. Входной контроль	Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости	2	
	<b>В том числе практических занятий</b>	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие №3</b> Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости	2	
	Контрольная работа	2	

	<b>Контрольная работа № 1</b> Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости	2	
Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве.		<b>30</b>	ОК01, ОК03, ОК04, ОК07 ПК1.1 ПК1.3 ПК1.5
Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	Предмет стереометрии. Основные понятия ( <i>точка, прямая, плоскость, пространство</i> ). Основные аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые.	2	
	Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Основные пространственные фигуры	2	
Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
	Параллельные прямая и плоскость. <i>Определение. Признак. Свойства.</i>	2	
	Параллельные плоскости. <i>Определение. Признак. Свойства.</i>	2	
	Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. <i>Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда. Построение основных сечений</i>	2	
Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.	2	
	Признак перпендикулярности прямой и плоскости	2	
	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
Тема 2.4. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах	Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью.	2	
	Угол между плоскостями. Перпендикулярные плоскости. Расстояния в пространстве	2	
Тема 2.5. Координаты и	Содержание учебного материала	<b>4</b>	

векторы в пространстве	Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. <i>Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число.</i>	2	
	<b>В том числе практических занятий</b>	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие № 4</b> Скалярное произведение векторов. Простейшие задачи в координатах	2	
Тема 2.6. Прямые и плоскости в практических задачах	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>6</b>	
	<b>Практическое занятие №5</b> Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей.	2	
	<b>Практическое занятие №6</b> Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире ( <i>природе, архитектуре, технике</i> ).	2	
	<b>Практическое занятие №7</b> Решение практико-ориентированных задач	2	
Тема 2.7 Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве	Содержание учебного материала	<b>2</b>	
	Контрольная работа	<b>2</b>	
	<b>Контрольная работа №2</b> Расположение прямых и плоскостей в пространстве. <i>Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора</i>	2	
Раздел 3. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции		<b>26</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05 ПК1.1 ПК1.3 ПК1.5
Тема 3.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	Радианная мера угла. <i>Поворот точки вокруг начала координат.</i>	2	
	Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. <i>Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла</i>	2	
Тема 3.2 Основные тригонометрические	Содержание учебного материала	<b>4</b>	

тождества	Тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений.	2	
	Синус, косинус, тангенс и котангенс углов $\alpha$ и $-\alpha$	2	
Тема 3.3 Тригонометрические функции, их свойства и графики	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
	Область определения и множество значений тригонометрических функций. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций.	2	
	Свойства и графики функций $y=\cos x$ , $y=\sin x$ , $y=\operatorname{tg} x$ , $y=\operatorname{ctg} x$ .	2	
	Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций	2	
Тема 3.4 Обратные тригонометрические функции	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики.	2	
	Свойства и графики обратных тригонометрических функций.	2	
Тема 3.5 Тригонометрические уравнения и неравенства	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
	Уравнение $\cos x = a$ . Уравнение $\sin x = a$ . Уравнение $\operatorname{tg} x = a$ , $\operatorname{ctg} x = a$ .	2	
	Решение тригонометрических уравнений основных типов: <i>простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным., решаемые разложением на множители, однородные.</i>	2	
	Простейшие тригонометрические неравенства	2	
Тема 3.6 Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции	Содержание учебного материала	<b>2</b>	
	Контрольная работа	<b>2</b>	
	Контрольная работа №3 Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений и неравенств <i>В том числе с использованием свойств функций</i>	2	
Раздел 4. Производная и первообразная функции		<b>50</b>	ОК01, ОК03, ОК04, ОК06, ОК07
Тема 4.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования	Содержание учебного материала	<b>8</b>	ПК1.1 ПК1.3 ПК1.5
	Приращение аргумента. Приращение функции.	2	
	Задачи, приводящие к понятию производной.	2	
	Определение производной. Алгоритм отыскания производной.	2	

	Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования	2
Тема4.2Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов	Содержание учебного материала	<b>8</b>
	Понятие непрерывной функции.	2
	Свойства непрерывной функции.	2
	Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке.	2
	Алгоритм решения неравенств методом интервалов	2
Тема4.3 Геометрический и физический смысл производной	Содержание учебного материала	<b>4</b>
	Геометрический смысл производной функции – <i>угловой коэффициент касательной к графику функции в точке.</i>	2
	Уравнение касательной к графику функции. <i>Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции <math>y=f(x)</math></i>	2
Тема 4.4Монотонность функции. Точки экстремума	Содержание учебного материала	<b>4</b>
	Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знак у производной. Задачи на максимум и минимум.	2
	Алгоритм исследования функции построения ее графика с помощью производной	2
Тема4.5Исследование функций и построение графиков	Содержание учебного материала	<b>2</b>
	В том числе практических занятий	<b>2</b>
	<b>Практическое занятие № 8</b> Исследование функции на монотонность. Построение графиков	2
Тема 4.6 Наибольшее и наименьшее значения функции	Содержание учебного материала	<b>4</b>
	Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.	2
	Построение графиков с использованием аппарата математического анализа	2
Тема4.7Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>6</b>
	<b>Практическое занятие № 9</b> Наименьшее и наибольшее значение функции	2
	<b>Практическое занятие №10.</b> Применения производной функции в	2

	профессии		
	<b>Практическое занятие № 11.</b> Нахождение оптимального результата в профильных задачах	2	
Тема 4.8 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
	Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y=f(x)$ . <i>Таблица формул для нахождения первообразных.</i>	2	
	Изучение правила вычисления первообразной	2	
	В том числе практических занятий	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие №12</b> Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.	2	
Тема 4.9 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона–Лейбница	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции. <i>Понятие определённого интеграла.</i>	2	
	Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.	2	
	В том числе практических занятий	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие №13</b> Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей	2	
Тема 4.10 Решение задач. Производная и первообразная функции.	Содержание учебного материала	<b>2</b>	
	Контрольная работа	<b>2</b>	
	<b>Контрольная работа №4</b> Формулы и правила дифференцирования. <i>Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции. Вычисление первообразной. Применение первообразной</i>	2	
Раздел 5. Многогранники и тела вращения		<b>34</b>	ОК01, ОК04, ОК06, ОК07 ПК1.1

Тема 5.1 Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения	Содержание учебного материала	<b>8</b>	ПК1.3 ПК1.5
	Призма (наклонная, прямая, правильная) и её элементы.	2	
	Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Куб.	2	
	Пирамида и её элементы.	2	
	Правильная пирамида	2	
Тема 5.2 Правильные многогранники в жизни	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>4</b>	
	Площадь поверхности многогранников. <i>Простейшие комбинации многогранников. Вычисление элементов пространственных фигур (рёбра, диагонали, углы).</i>	2	
	Правильные многогранники	2	
Тема 5.3 Цилиндр, конус, шар и их сечения	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>4</b>	
	<b>Практическое занятие №14</b> Цилиндр, конус, сфера и шар. <i>Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.</i>	2	
	<b>Практическое занятие №15.</b> Представление об усечённом конусе. Сечения конуса ( <i>параллельно основанию и проходящее через вершину</i> ), сечения цилиндра ( <i>параллельно и перпендикулярности</i> ), сечения шара. Развёртка цилиндра и конуса	2	
Тема 5.4 Объемы и площади поверхностей тел	Содержание учебного материала	<b>8</b>	
	Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем куба.	2	
	Объемы прямой призмы и цилиндра.	2	
	Объемы пирамиды и конуса.	2	
	Объем шара	2	
Тема 5.5 Примеры симметрий в профессии	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>4</b>	

	<b>Практическое занятие №16</b> Понятие о симметрии в пространстве ( <i>центральная, осевая, зеркальная</i> ). Обобщение представлений о правильных многогранниках ( <i>тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр</i> ).	2	
	<b>Практическое занятие №17</b> Примеры симметрий в профессии	2	
Тема 5.6 Решение задач. Многогранники и тела вращения	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
	В том числе практических занятий	<b>4</b>	
	<b>Практическое занятие №18</b> Объемы и площади поверхности многогранников	2	
	<b>Практическое занятие №19</b> Объемы и площади поверхности тел вращения	2	
	Контрольная работа	<b>2</b>	
	<b>Контрольная работа № 5</b> Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения	2	
Раздел 6. Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функции		<b>40</b>	OK01,OK02, OK03, OK05,OK07 ПК1.1 ПК1.3 ПК1.5
Тема 6.1 Степенная функция, ее свойства. Преобразование выражений с корнями n-ой степени	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	Понятие корня n-ой степени из действительного числа. <i>Функции <math>y = n\sqrt{x}</math> их свойства и графики. Свойства корня n-ой степени.</i>	2	
	В том числе практических занятий	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие №20</b> Преобразование иррациональных выражений	2	
Тема 6.2 Свойства степени с рациональным и действительным показателями	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	Понятие степени с рациональным показателем.	2	
	Степенные функции, их свойства и графики	2	
Тема 6.3 Решение иррациональных уравнений	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	Равносильность иррациональных уравнений.	2	
	Методы решения иррациональных уравнений	2	
Тема 6.4 Показательная	Содержание учебного материала	<b>8</b>	



функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства	Степень с произвольным действительным показателем. Определение показательной функции и ее свойства.	2
	Знакомство с применением показательной функции.	2
	В том числе практических занятий	<b>4</b>
	<b>Практическое занятие №21</b> Решение показательных уравнений <i>методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом.</i>	2
	<b>Практическое занятие №22</b> Решение показательных неравенств	2
Тема 6.5 Логарифм числа. Свойства логарифмов	Содержание учебного материала	<b>6</b>
	Логарифм числа.	2
	Свойства логарифмов.	2
	Операция логарифмирования	2
Тема 6.6 Логарифмическая функция, ее свойства. Логарифмические уравнения, неравенства	Содержание учебного материала	<b>8</b>
	Логарифмическая функция и ее свойства.	2
	Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования.	2
	В том числе практических занятий	<b>4</b>
	<b>Практическое занятие №23</b> Три основных метода решения логарифмических уравнений: <i>функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной.</i>	2
	<b>Практическое занятие №24</b> Логарифмические неравенства	2
Тема 6.7 Логарифмы в природе и технике	Содержание учебного материала	<b>4</b>
	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>4</b>
	<b>Практическое занятие № 25</b> Применение логарифма.	2
	<b>Практическое занятие № 26</b> Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства	2
Тема 6.8 Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции	Содержание учебного материала	<b>2</b>
	Контрольная работа	<b>2</b>
	<b>Контрольная работа №6.</b> Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение уравнений	2

Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики		<b>28</b>	ОК02, ОК03, ОК05 ПК1.1 ПК1.3 ПК1.5
Тема 7.1 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей	Содержание учебного материала	<b>8</b>	
	Совместные и несовместные события.	2	
	Теоремы о вероятности суммы событий.	2	
	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>4</b>	
	Условная вероятность. Зависимые и независимые события.	2	
	Теоремы о вероятности произведения событий	2	
Тема 7.2 Вероятность в профессиональных задачах	Содержание учебного материала	<b>4</b>	
	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	4	
	<b>Практическое занятие № 27</b> Относительная частота события, свойство ее устойчивости.	2	
	<b>Практическое занятие № 28</b> Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события	2	
Тема 7.3 Дискретная случайная величина, закон ее распределения	Содержание учебного материала	<b>8</b>	
	Виды случайных величин.	2	
	Определение дискретной случайной величины.	2	
	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>4</b>	
	Закон распределения дискретной случайной величины.	2	
	Числовые характеристики дискретной случайной величины	2	
Тема 7.4 Задачи математической статистики.	Содержание учебного материала	<b>6</b>	
	Первичная обработка статистических данных.	2	
	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	<b>4</b>	

	<b>Практическое занятие №29</b> Числовые характеристики (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия).	2	
	<b>Практическое занятие №30</b> Работа с таблицами, графиками, диаграммами	2	
Тема 7.5 Элементы теории вероятностей и математической статистики	Содержание учебного материала	<b>2</b>	
	Контрольная работа	<b>2</b>	
	<b>Контрольная работа № 7</b> Виды событий, вероятность событий. <i>Сложение и умножение вероятностей. Дискретная случайная величина, закон ее распределения.</i> Задачи математической статистики.	2	
Консультации		<b>2</b>	
Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.		2	
Промежуточная аттестация (Экзамен)		<b>4</b>	
Всего:		<b>23</b> <b>2</b>	

### 3 Условия реализации программы общеобразовательной дисциплины

**3.1 Освоение программы учебной дисциплины ОУД03 Математика** осуществляется в ГБПОУ КК «КТЭК», реализующего образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования, в учебном кабинете «Математика», в котором имеется свободный доступ в Интернет во время учебного занятия и в период внеучебной деятельности обучающихся.

Помещение кабинета удовлетворяет требованиям Санитарно-эпидемиологических правил и нормативов (СанПиН 2.4.2 № 178-02) и оснащено типовым оборудованием, указанным в настоящих требованиях, в том числе специализированной учебной мебелью и средствами обучения, достаточными для выполнения требований к уровню подготовки обучающихся.

В кабинете имеется в наличии мультимедийное оборудование, посредством которого участники образовательного процесса просматривают визуальную информацию по Математике, создают презентации, видеоматериалы, иные документы.

В состав учебно-методического и материально-технического обеспечения программы учебной дисциплины Математика входят:

Технические средства обучения:

- персональный компьютер с лицензионным программным обеспечением;
- проектор с экраном.

В библиотечный фонд входят учебники, учебно-методические комплекты (УМК), обеспечивающие освоение учебной дисциплины Математика, рекомендованные или допущенные для использования в профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования.

Библиотечный фонд дополнен энциклопедиями, справочниками, научной и научно-популярной, художественной литературой и др....

В процессе освоения программы учебной дисциплины Математика обучающиеся имеют возможность доступа к электронным учебным материалам, имеющиеся в свободном доступе в системе Интернет (электронные книги, практикумы, тесты, материалы ЕГЭ и др.)

### 3.2 Информационное обеспечение реализации программы

#### 3.2.1. Основные печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика для учреждений нач. и сред. Проф. Образования. М.: «Академия»
2. Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля: учебник для образоват. Учреждений нач. и сред. Проф. Образования. М.: «Академия»
3. Колмагоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. М: Просвещение
4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев и др., Геометрия, 10-11 кл. для общеобразоват. Учреждений М: Просвещение
5. Александров, А.Д. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учебник / А.Д. Александров, Л.А. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Издательство «Просвещение», 2020. – 257 с. – ISBN: 978-5-09-062551-7 / - Текст : непосредственный
6. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. - М. : Мнемозина, 2020. - 457 с. – ISBN: 978-5-346-01200-9 / -

Текст : непосредственный

7. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. - М. : Мнемозина, 2020. - 351 с. – ISBN 978-5-346-03199-4/ - Текст : непосредственный
8. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) /А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич [и др.] - М. : Мнемозина, 2020. - 336 с. – ISBN: 978-5-346-01202-3/ - Текст : непосредственный
9. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич [и др.],- М. : Мнемозина, 2020. - 137 с. – ISBN: 978-5-346-02411-8/ - Текст : непосредственный

### 3.2.2. Дополнительные источники

1. Всероссийские интернет-олимпиады. - URL: <https://online-olympiad.ru> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
1. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. - URL: <http://school-collection.edu.ru/> (дата обращения: 08.07.2021). - Текст: электронный.
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - URL: <http://window.edu.ru/> (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека (НЭБ). - URL: <http://www.elibrary.ru> (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
4. Открытый колледж. Математика. - URL: <https://mathematics.ru> / (дата обращения: 08.06.2021). - Текст: электронный.
5. Повторим математику. - URL: <http://www.mathteachers.narod.ru> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
6. Справочник по математике для школьников. - URL: <https://www.resolventa.ru/demo/demomath.htm> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
7. Средняя математическая интернет школа. - URL: <http://www.bymath.net/> (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
8. Федеральный портал «Российское образование». - URL: <http://www.edu.ru/> (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
9. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов. - URL: <http://fcior.edu.ru/> (дата обращения: 01.07.2021). - Текст: электронный.

#### 4. Контроль и оценка результатов освоения общеобразовательной дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения общеобразовательной дисциплины раскрываются через дисциплинарные результаты, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций по разделам и темам содержания учебного материала.

Общая/профессиональная компетенция	Раздел/Тема	Тип оценочных мероприятия
ОК01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	Р1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с 5, 1.4. Р2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 Р5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6 Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8	Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене

<p>ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности</p>	<p>Р1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4</p>	<p>Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p>
<p>ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях</p>	<p>Р1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10</p>	<p>Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p>
	<p>Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4</p>	

<p>ОК04.Эффективно Взаимодействовать и работать в коллективе и команде</p>	<p>Р1,Тема1.1,1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р2,Темы2.1,2.2,2.3,2.4, 2.5,2.6П-о/с,2.7 Р3,Темы3.1,3.2,3.3,3.4, 3.5, 3.6 Р4,Темы4.1,4.2,4.3,4.4, 4.5,4.6,4.7П-о/с,4.8,4.9, 4.10 Р5,Темы5.1,5.2,5.3П- о/с,5.4,5.5,5.6</p>	<p>Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p>
<p>ОК05.Осуществлятьустнуюи письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p>	<p>Р1,Тема1.1,1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р3,Темы3.1,3.2,3.3,3.4, 3.5, 3.6 Р6,Темы6.1,6.2,6.3,6.4, 6.5, 6.6, 6.7П-о/с, 6.8 Р7,Темы7.1,7.2П-о/с, 7.3, 7.4</p>	<p>Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p>
<p>ОК06.Проявлять гражданско- патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения</p>	<p>Р1,Тема1.1,1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р4,Темы4.1,4.2,4.3,4.4, 4.5,4.6,4.7П-о/с,4.8,4.9, 4.10 Р5,Темы5.1,5.2,5.3П- о/с,5.4,5.5,5.6</p>	<p>Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p>
<p>ОК07.Содействовать Сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого</p>	<p>Р2,Темы2.1,2.2,2.3,2.4, 2.5,2.6П-о/с,2.7 Р4,Темы4.1,4.2,4.3,4.4, 4.5,4.6,4.7П-о/с,4.8,4.9, 4.10</p>	<p>Тестирование Устный опрос Представление результатов практических работ Контрольная работа</p>



производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях	Р5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6 Р6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8	Выполнение заданий на экзамене
ПК 1.1	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с
ПК 1.3.	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с
ПК 1.5.	Р1 Тема 1.3 Р2 Тема 2.6 Р4 Тема 4.7 Р 5 Темы 5.3, 5.5 Р 6 Тема 6.7 Р 7 Тема 7.2	Тестирование Устный опрос Практические работы п-о/с

## 5 Контрольно-измерительные материалы

Контрольно-измерительные материалы (далее – КИМ) представлены в виде междисциплинарных заданий и направлены на контроль качества и управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и процессом формирования компетенций, определенных основной образовательной программой среднего профессионального образования по учебной дисциплине *ОУД.03 Математика* посредством текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестацией. КИМ разработан с опорой на синхронизированные образовательные результаты и с учетом профессиональной направленности образовательной программы для специальности 43.02.06 Сервис на транспорте (по видам транспорта)

### 5.1 Критерии оценивания устных ответов на вопросы промежуточной аттестации в форме экзамена:

- 1) полнота и правильность ответа;
- 2) степень осознанности усвоения;
- 3) последовательность изложения;
- 4) умение подтвердить ответ своими примерами;

«5» - ответ полный, правильный, материал усвоен и подтверждается своими примерами, отвечает связно, последовательно, без недочетов или допускает некоторые неточности.

«4» - ответ близкий к «5», но студент допускает неточности, которые легко исправляется сам.

«3» - обучающийся обнаруживает понимание излагаемого материала, но отвечает неточно, по наводящим вопросам, затрудняется сам привести пример. Исправляет только с помощью, излагает материал несвязно..

«2» - обучающийся обнаруживает полное непонимание излагаемого материала, отсутствие ответа

### 5.2 Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

- уровень освоения учебного материала;
- уровень умения использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- уровень сформированности общеучебных умений;
- уровень умения активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- обоснованность и четкость изложения материала;
- оформление материала в соответствии с требованиями стандарта предприятия;
- уровень умения ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
- уровень умения четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
- уровень умения определить, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
- уровень умения сформулировать собственную позицию, оценку и аргументировать ее.

### 5.3 Контрольно-оценочные средства и критерии оценки текущего контроля знаний

#### 5.3.1 Оценочные средства для проведения текущего контроля освоения учебной дисциплины *ОУД.03 Математика*

##### 1.1. Задания и эталоны ответов для проведения текущего контроля

Раздел 1. Повторение курса математики основной школы

## Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления

### Теоретические вопросы

1. Какие виды чисел вы уже знаете?
2. Что такое натуральные числа, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа?
3. Порядок действий при вычислениях.  
Свойства степеней с одинаковыми основаниями.
4. На сколько нужно уменьшить 64, чтобы получить 39?
5. В школе 895 детей. Из них 417 девочек. Сколько мальчиков?
6. Что такое Постоянные, параметры, Переменные, неизвестные.
7. Сложение, вычитание, Умножение, Деление, Степени.

## Тема 1.2 Процентные вычисления. Уравнения и неравенства

### Теоретические вопросы

1. Нахождение 1 % от числа.
2. Нахождение процентов от числа.
3. Нахождение числа по его процентам.
4. Нахождение неизвестной величины с помощью пропорции.
5. Разбор формул сложных процентов.
6. Что значит решить уравнение?
7. Сколько решений имеет линейное уравнение? Квадратное уравнение?
8. Формула нахождения дискриминанта квадратного уравнения. Формулы корней квадратного уравнения.
9. Неполные квадратные уравнения.
10. Решение неравенств: скобки, точки, знаки.
11. Способы решения систем линейных неравенств.
12. Решение заданий (уравнений, неравенств, систем)

## Тема 1.3. Процентные вычисления в профессиональных задачах

### Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)

#### Практическое занятие №1 Простые и сложные проценты.

Задача 1. В прошлом году объем грузооборота по грузовому автотранспортному предприятию составил 210 млн т. км. В текущем году планировали довести объем грузооборота до 220 млн т. км; фактический объем грузооборота в текущем году составил 230,5 млн т. км. Определить, на сколько % планировали увеличить грузооборот? На сколько % фактически увеличился грузооборот? На сколько % выполнен план?

Задача 2. А) Определить общую сумму затрат на перевозки, договорной тариф за перевозку 1 тонны груза, доходы и прибыль от перевозок по следующим данным за год:

Наименование показателей	числовое значение
1. Себестоимость 1 т перевозимого груза, руб.	106,32
2. Объем перевезенного груза, тыс. т.	213,0
3. Планируемый уровень рентабельности, %	14

Б) Определить, как изменится уровень рентабельности перевозок при реализации услуг по перевозке груза по договорному тарифу за 1 тонну груза, если себестоимость перевозки 1 тонны груза снизится на 7%.

Задание №3. Рассчитать тариф за 1 пассажирокилометр

Исходные данные:

Статьи затрат	Величина, руб.
---------------	----------------

1. Заработная плата водителей и кондукторов автобусов, руб.	14 339 700
2. Отчисления на страховые взносы, руб.	Составляют 30,7 % от общего фонда заработной платы
3. Автомобильное топливо, руб.	10 447 700
4. Смазочные и прочие эксплуатационные материалы, руб.	Составляют 20% от затрат на топливо
5. Износ и ремонт автомобильных шин, руб.	355 140
6. Техническое обслуживание и эксплуатационный ремонт автомобилей, руб.	2 585 500
7. Амортизация подвижного состава, руб.	425 700
8. Общехозяйственные расходы, руб.	Составляют 130 % от общего фонда заработной платы
9. Пассажирооборот, пасскм	33 146 340
10. Планируемый уровень рентабельности, %	20

Теоретические сведения:

Тарифами называются цены на продукцию транспорта. Тариф определяется по формуле:

$$T = S \left(1 + \frac{R_{пер}}{100}\right), \text{ руб.}$$

Себестоимость единицы транспортной работы  $S$  равна отношению общей суммы затрат на транспортную работу  $Z_{общ}$  к общему объему транспортной работы  $P(Q)$ , т.е.

$$S = \frac{Z_{общ}}{P(Q)}$$

Задача 4.

Груз после перевозки подвергся сушке для определения абсолютной и относительной влажности. Результаты измерений занесли в таблицу. Рассчитать абсолютную и относительную влажность и недостающие значения таблицы 1.

Таблица 1 – Исходные данные

Вид груза	Масса до просушки, кг	Масса после просушки, кг	Абсолютная влажность, %	Относительная влажность, %
Ячмень	84,3	80,5	?	?
Пшеница	58,8	?	10,5	?
Гречиха	23,4	?	?	8,5
Овес	?	40,1	12,2	?
Рис	?	?	36,6	?
Семена подсолнуха	?	64,2	?	13,2

### Практическое занятие №2

Процентные вычисления в профессиональных задачах

Задача 1 Бензин в октябре подорожал на 25% по сравнению с сентябрем. На сколько процентов он должен подешеветь в ноябре, чтобы его цена стала первоначальной (т.е. идентичной сентябрю)?

Задача 2

Производитель смешал 80 литров 15-процентного вещества водного раствора некоторого вещества с 120 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Для перевозки полученной жидкости необходимо предоставить данные ж/д компании (грузоперевозчику)- процент концентрации.

## Тема 1.4 Решение задач. Входной контроль

### Теоретические вопросы

1. Какие углы называются смежными?
2. Теорема о смежных углах. (Сумма смежных углов равна  $180^\circ$ )
3. Следствие. (Если смежные углы равны, то они прямые)
4. Определение вертикальных углов.
5. Теорема о вертикальных углах. (Вертикальные углы равны)
6. Угол между прямыми. (Угловая мера меньшего из вертикальных углов)
7. Первый признак равенства треугольников (По двум сторонам и углу между ними)
8. Второй признак равенства треугольников. (По стороне и 2 прилежащим к ней углам)
9. Третий признак равенства треугольников. (По трем сторонам)
10. Определение равнобедренного треугольника.
11. Свойство 1 равнобедренного треугольника. (Об углах при основании)
12. Свойство 2 равнобедренного треугольника (О биссектрисе, проведенной к основанию)
13. Теоремы о высоте, медиане в равнобедренном треугольнике.

### Практическое занятие №3 Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства.

#### Геометрия на плоскости

##### Вариант 1

1. Вычислите:  $\left(5\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) : \frac{2}{9} - \frac{3}{26} \cdot 4\frac{1}{3}$ .
2. Упростите выражение:
  - а)  $\frac{2a-2b}{b} \cdot \left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}\right)$ ;
  - б)  $\left(a - \frac{4a-9}{a-2}\right) : \left(2a - \frac{2a}{a-2}\right)$ .
3. Решите уравнение:
  - а)  $2x^2 + 3x - 5 = 0$ ;
  - б)  $25 - 100x^2 = 0$ ;
  - в)  $\frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{5} = 2$ .
4. Решите неравенство:
  - а)  $6x - 5(2x + 8) > 14 + 2x$ ;
  - б)  $3x^2 - 4x + 1 \leq 0$ .
5. У прямоугольного треугольника катет  $a = 3$  см и гипотенуза  $c = 5$  см. Найдите другой катет.

##### Вариант 2

1. Вычислите:  $\left(3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}\right) : 2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{3} \cdot 2,4$ .
2. Упростите выражение:
  - а)  $\left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n}\right) : \frac{2}{3m-3n}$ ;
  - б)  $\left(3x - \frac{3x}{x-4}\right) : \left(x - \frac{6x-25}{x-4}\right)$ .
3. Решите уравнение:
  - а)  $5x^2 + 7x + 2 = 0$ ;
  - б)  $4 - 36x^2 = 0$ ;
  - в)  $\frac{x-4}{2} - \frac{x-1}{5} = 3$ .
4. Решите неравенство:
  - а)  $5 + x > 6x - 3(4x + 5)$ ;
  - б)  $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$ .
5. У прямоугольного треугольника катеты  $a = 3$  см и  $b = 5$  см. Найдите гипотенузу.

**Контрольная работа № 1** Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства.

Геометрия на плоскости

Обязательная часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных:

1. Раскройте формулу сокращенного умножения  $a^2-b^2$ :

А)  $a^2-2ab+b^2$ ; Б)  $(a-b)(a+b)$ ; В)  $a^2+2ab-b^2$ ; Г)  $(a-b)(a-b)$

2. Площадь треугольника вычисляется по формуле:

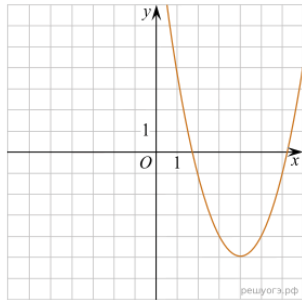
А)  $S=a*b$ ; Б)  $S=(a*b)/2$ ; В)  $S=2a*b$ ; Г)  $S=(a*b)/3$ .

3. Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{10}{17}$  и  $\frac{5}{8}$ ?

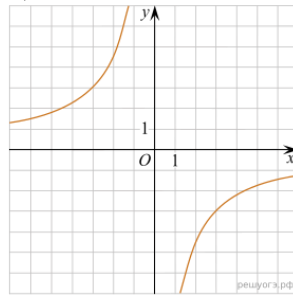
А) 0,4; Б) 0,5; В) 0,6; Г) 0,7

4. Даны графики функций. Какая формула соответствует графику 3):

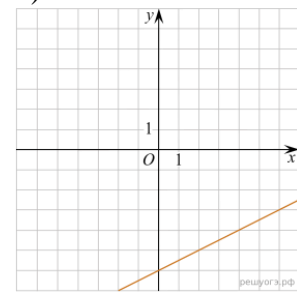
1)



2)



3)



А)  $y = \frac{1}{2}x - 6$ ; Б)  $y = x^2 - 8x + 11$ ; В)  $y = -\frac{9}{x}$ ; Г)  $y = x + 5$ .

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Вычислите:  $\frac{1}{2} + \frac{11}{5}$ .

6. Решите уравнение  $x^2-7x+10=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

7. Для ремонта требуется 57 рулонов обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 5 рулонов?

8. Высота ВН параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AN = 2 и ND = 32. Диагональ параллелограмма BD равна 40. Найдите площадь параллелограмма.

Дополнительная часть

При выполнении задания 9 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.

9. Рыболов проплыл на лодке от пристани некоторое расстояние вверх по течению реки, затем бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	Б	Б	В	А	2,7	2	12	816	8

**Раздел 2** Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве

**Тема 2.1.** Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей

**Теоретические вопросы:**

1. Сформулируйте теорему Пифагора.

2. Перечислите основные фигуры в пространстве.
3. Перечислите способы задания плоскости.
4. Продолжите теорему: «Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то...».
5. Продолжите теорему: «Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то...».
6. Теоремы – признаки параллельности прямых (*через внутренние накрест лежащие углы, соответственные углы, односторонние углы*)
7. Свойства параллельных прямых. (*Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны*)
8. Следствие. (*Если прямая перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой.*)
9. Теорема. (*Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны*)
10. Теорема. (*Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна  $180^\circ$* )
11. Теорема. (*Если стороны одного угла соответственно параллельны сторонам другого угла, то такие углы равны или в сумме составляют  $180^\circ$* )
12. Теорема (*Если стороны одного угла соответственно перпендикулярны к сторонам другого угла, то такие углы или равны или в сумме составляют  $180^\circ$* )
13. Теорема о сумме углов треугольника.
14. Определение внешнего угла треугольника (*Угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника*)

**Тема 2.2.** Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

**Теоретические вопросы:**

1. Сформулируйте определение двугранного угла.
2. Раскройте понятие «угол между прямыми».
3. Перечислите взаимное расположение двух прямых в пространстве
4. Какие прямые называются параллельными в пространстве?
5. Как найти расстояние между плоскостями?
6. Продолжите определение: «Перпендикуляр – это...».
7. Продолжите определение: «Наклонная – это...».
8. Определение параллелограмма.
9. 37. Теорема Фалеса. (*Если на одной стороне угла отложить от вершины равные между собой отрезки и через их концы провести параллельные...*)
10. Средняя линия треугольника.
11. .Определение трапеции. (*Четырехугольник, у которого..*)
12. Средняя линия трапеции - (*Отрезок, соединяющий...*)
13. Теорема о средней линии трапеции. (*Средняя линия трапеции параллельна...*)
14. Признаки равнобедренной трапеции. (*Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная*) и (*Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная*)
15. .Определение прямоугольника. (*Параллелограмм, у которого все углы прямые..*)
16. Свойство прямоугольника. (*Диагонали прямоугольника равны*) (*В прямоугольнике противоположные стороны равны*) (*В прямоугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам*)
17. Признак прямоугольника. (*Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм прямоугольник.*)
18. Определение ромба. (*Параллелограмм, у которого все стороны равны*)
19. Свойство ромба. (*Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.*) (*В ромбе углы противоположные равны*), (*Диагонали точкой пересечения делятся пополам*) (*Сумма углов, прилежащих к одной стороне  $180$* )

20. Определение квадрата. (Прямоугольник, у которого все стороны равны)

Квадрат обладает свойствами прямоугольника и ромба

21. Площадь параллелограмма, треугольника, трапеции.

22. Площадь ромба.

**Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей**

**Теоретические вопросы:**

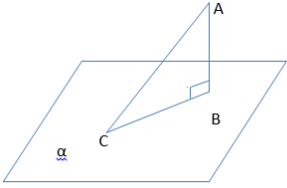
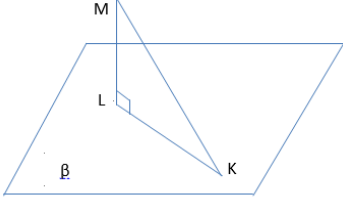
1. Какие прямые называются скрещивающимися в пространстве?
2. Какие прямые называются перпендикулярными в пространстве?
3. Перечислите взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
4. Раскройте понятие «угол между прямой и плоскостью».
5. Раскройте понятие «параллельность прямой и плоскости».
6. Раскройте понятие «перпендикулярность прямой и плоскости».

**Тема 2.4. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах**

**Теоретические вопросы:**

1. Перечислите взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
2. Раскройте понятие «угол между плоскостями».
3. Раскройте понятие «параллельность плоскостей».
4. Раскройте понятие «перпендикулярность плоскостей».
5. Как найти расстояние от точки до прямой?
6. Как найти расстояние между прямыми?

**Тест**

В-1	В-2																								
<p>1. Найдите соответствие (см. рис):</p> <table border="0"> <tr> <td>а) АВ</td> <td>а) наклонная</td> </tr> <tr> <td>б) АС</td> <td>б) основание наклонной</td> </tr> <tr> <td>в) В</td> <td>в) проекция наклонной</td> </tr> <tr> <td>г) С</td> <td>г) основание</td> </tr> <tr> <td>д) ВС</td> <td>перпендикуляра</td> </tr> <tr> <td></td> <td>д) перпендикуляр</td> </tr> </table> <p>2. Верно ли что (см. рис):</p> <p>а) АС-расстояние от точки А до точки плоскости <math>\alpha</math>.</p> <p>б) <math>ABC\Delta</math> прямоугольный</p> <p>в) <math>AB \perp \alpha</math></p> <p>3. Решите задачи и выберите правильный ответ:</p> <p>1) <math>AC=5м, AB=4м, CB=?</math></p> <p>а) 41м б) 19м в) 3м г) 9м</p> <p>2) <math>AB=30см, \angle ACB=30^\circ</math>. Гипотенуза <math>ABC</math> равна:</p> <p>а) <math>15\sqrt{3}</math> см б) 15см в) 1см г) 60см</p> 	а) АВ	а) наклонная	б) АС	б) основание наклонной	в) В	в) проекция наклонной	г) С	г) основание	д) ВС	перпендикуляра		д) перпендикуляр	<p>1. Найдите соответствие (см. рис):</p> <table border="0"> <tr> <td>а) LK</td> <td>а) основание</td> </tr> <tr> <td>б) ML</td> <td>перпендикуляра</td> </tr> <tr> <td>в) L</td> <td>б) наклонная</td> </tr> <tr> <td>г) МК</td> <td>в) перпендикуляр</td> </tr> <tr> <td>д) К</td> <td>г) проекция наклонной</td> </tr> <tr> <td></td> <td>д) основание наклонной</td> </tr> </table> <p>2. Верно ли что (см. рис):</p> <p>а) <math>MLK\Delta</math> равнобедренный</p> <p>б) ML – расстояние от точки М до плоскости <math>\beta</math></p> <p>в) <math>MK \perp LK</math></p> <p>3. Решите задачи и выберите правильный ответ.</p> <p>1) <math>ML=6</math> см, <math>LK=18</math> см, МК-?</p> <p>а) 14 см б) <math>\sqrt{32}</math> см в) 10 см г) <math>\sqrt{42}</math> см</p> <p>2) <math>KL=15м, \angle MKL=60^\circ</math> ML-?</p> <p>а) 30м б) <math>15\sqrt{3}</math> м в) 15м г) <math>15 \frac{\sqrt{3}}{2}</math> м</p> 	а) LK	а) основание	б) ML	перпендикуляра	в) L	б) наклонная	г) МК	в) перпендикуляр	д) К	г) проекция наклонной		д) основание наклонной
а) АВ	а) наклонная																								
б) АС	б) основание наклонной																								
в) В	в) проекция наклонной																								
г) С	г) основание																								
д) ВС	перпендикуляра																								
	д) перпендикуляр																								
а) LK	а) основание																								
б) ML	перпендикуляра																								
в) L	б) наклонная																								
г) МК	в) перпендикуляр																								
д) К	г) проекция наклонной																								
	д) основание наклонной																								

Эталоны ответов:

В-1	В-2
-----	-----



1.	1.
2.а)	2.а)
2.б)	2.б)
2.в)	2.в)
3.1	3.1
3.2	3.2

## Тема 2.5. Координаты и векторы в пространстве

### Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Проекция наклонной – это...».
2. Перечислите свойства параллельного проектирования.
3. Из чего состоит прямоугольная система координат в пространстве?
4. Если точка лежит в плоскости  $xy$ , какая координата у нее нулевая?
5. Приведите пример координат точки  $A$ , которая лежит на оси  $z$ .
6. Раскройте понятие «вектор».
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Какие векторы называются перпендикулярными?

### Тест

#### Вариант 1.

1. Какое из следующих утверждений неверно?

- а) длиной ненулевого вектора  $AB$  называется длина отрезка  $AB$ ;
- б) нулевой вектор считается сонаправленным любому вектору;
- в) разностью векторов  $a$  и  $b$  называется такой вектор, сумма которого с вектором  $b$  равна вектору  $a$ ;
- г) векторы называются равными, если равны их длины.

2. Упростите выражение:  $CC_1 + CB + CD + A_1B_1$ , если  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  - параллелепипед.

- а)  $AC$ ; б)  $0$ ; в)  $CB_1$ ; г)  $DC$ ; д)  $BA$ .

3. Какие из следующих утверждений верны?

- а) противоположные векторы равны;
- б) Векторы, лежащие на двух прямых, перпендикулярных к одной плоскости,

коллинеарны

- в) произведение вектора на число является число;
- г) Для сложения двух векторов на плоскости используют правило параллелограмма.

4. Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Найдите угол между  $DC_1$  и  $CB$ .

- а)  $45^\circ$ ; б)  $30^\circ$ ; в)  $135^\circ$ ; г)  $90^\circ$ ; д)  $60^\circ$ .

5. Какие из следующих утверждений неверны?

- а) векторы называются компланарными, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости;

- б) если вектор  $c$  можно разложить по векторам  $a$  и  $b$ , т.е. представить в виде  $c = xa + yb$ , где  $x, y$  - некоторые числа, то векторы  $a, b, c$  компланарны;

- в) для сложения трёх некопланарных векторов используют правило

параллелепипеда;

- г) любые два вектора компланарны;

6. Диагонали куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите число  $\mu$  из

равенства

$$DB_1 = \mu OB_1.$$

7. Известно, что  $2AC = AB + AD$ , тогда векторы  $AB, AD$  являются:

- а) некопланарными; б) сонаправленными; в) коллинеарными;
- г) нулевыми; д) компланарными.

8. Даны параллелограммы  $ABCD$  и  $AB_1C_1D_1$ . Тогда векторы  $BB_1, CC_1, DD_1$ :

- а) нулевые; б) равные; в) противоположные; г) компланарные; д) некопланарные.

9. Найдите соответствие, если  $A(x, y, z)$ , а  $B(x_1, y_1, z_1)$

1. координаты вектора  $\vec{BA}$

$$A) \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$$

2. Скалярное произведение

$$B) (\alpha x; \alpha y; \alpha z)$$

векторов

3. абсолютная величина вектора  $\vec{BA}$

$$B) (x - x_1; y - y_1; z - z_1)$$

4. умножение вектора  $A$  на число

$$Г) xx_1 + yy_1 + zz_1$$

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A$  и перпендикулярной прямой  $AB$ , если  $A(-1, 2, 1)$ ,  $B(-3, 1, -2)$ .

11. Площадь треугольника равна 8. Угол между плоскостью треугольника и его ортогональной проекцией равен  $45^\circ$ . Найдите площадь ортогональной проекции треугольника.

Критерии отметки: за каждый правильный ответ даётся по 1 баллу; максимальное количество баллов 11.

11 баллов – «5»;

9-10 баллов – «4»;

6-8 баллов – «3»;

менее 6 баллов – «2».

Тест

Вариант 2.

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) длиной нулевого вектора  $\vec{AB}$  называется длина отрезка  $AB$  ;

б) любая точка пространства рассматривается как нулевой вектор;

г) для любых векторов  $a$  и  $b$  выполняется равенство  $a + (-b) = a - b$ ;

д) векторы называются равными, если они сонаправлены и равны их длины.

2. Упростите выражение:  $\vec{B_1B} + \vec{B_1C_1} + \vec{B_1A_1} + \vec{D_1C}$ , если  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  - параллелепипед.

а)  $\vec{B_1A_1}$ ; б)  $0$  ; в)  $\vec{CC_1}$ ; г)  $\vec{CA}$ ; д)  $\vec{B_1C}$  .

3. Какие из следующих утверждений верны?

а) любые два вектора компланарны.

б) если векторы  $a$  и  $b$  коллинеарны и  $a \neq 0$ , то существует такое число  $k$ , что  $b = ka$ ;

в) векторы называются равными, если они сонаправлены;

г) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены;

4. Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  . Найдите угол между  $\vec{CB_1}$  и  $\vec{BA_1}$

а)  $45^\circ$  ; б)  $30^\circ$  ; в)  $100^\circ$  ; г)  $90^\circ$  ; д)  $60^\circ$  .

5. Какие из следующих утверждений неверны?

а) три вектора будут компланарными, если один из них нулевой;

б) если векторы  $a$ ,  $b$  и  $c$  компланарны, то вектор  $d$  можно разложить по векторам  $a$ ,  $b$

и  $c$

т.е. представить в виде  $d = xa + yb + zc$ , где  $x$ ,  $y$ ,  $z$ - некоторые числа;

в) для сложения трёх компланарных векторов используют правило параллелограмма;

г) любые два вектора коллинеарны.

6. Диагонали куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  пересекаются в точке  $O$  . Найдите число  $\mu$  из

равенства

$$\vec{C_1O} = \mu \vec{AC_1}.$$

7. Известно, что  $2\vec{AC} = -\vec{AB} - \vec{AD}$  , тогда векторы  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AD}$  являются:

а) компланарными; б) некопланарны; в) коллинеарными; г) сонаправлены; д) нулевые.

8. Даны параллелограммы  $ABCD$  и  $AB_1C_1D_1$ . Тогда векторы  $\vec{B_1B}$ ,  $\vec{C_1C}$ ,  $\vec{D_1D}$  :

а) нулевые; б) равные; в) компланарные; г) некопланарные;

д) противоположные.

9. Найдите соответствие, если если  $A(x, y, z)$ , а  $B(x_1; y_1, z_1)$

1. площадь ортогональной проекции  
многоугольника

$$A) \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$$

2. координаты середины отрезка Б)  $(\frac{x+x_1}{2}, \frac{y+y_2}{2}, \frac{z+z_1}{2})$

3. Скалярное произведение векторов В)  $S_{\phi} \cdot \cos \alpha$

4. абсолютная величина вектора ВА Г)  $xx_1 + yy_1 + zz_1$

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку В и перпендикулярной прямой ВС, если В(-1,-2,2), С(7,0,-9).

11. Площадь ортогональной проекции параллелограмма равна 7. Найдите площадь самого параллелограмма, если угол между плоскостями данных многоугольников равен  $60^\circ$ .

Критерии отметки: за каждый правильный ответ даётся по 1 баллу; максимальное количество баллов 11.

11 баллов – «5»;

9-10 баллов – «4»;

6-8 баллов – «3»;

менее 6 баллов – «2».

Ответы

№	1 вариант	2 вариант
1	Г	А
2	В	Д
3	Б Г	А Б
4	Г	Д
5	А Б	Г В
6	2	-1/2
7	В	В
8	Б	Б
9	1-в, 2-г, 3-а, 4-б	1-в, 2-б, 3-г, 4-а
10	$-2x-y-3z+3=0$	$8x+2y-11z+34=0$
11	$4\sqrt{2}$	14

**Практическое занятие № 4** Скалярное произведение векторов. Простейшие задачи в координатах

Вариант 1.

1. Даны точки А (3; -1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:

а) координаты вектора  $\overline{AB}$ ; б)  $|\overline{AB}|$ .

2. Даны векторы  $\overline{a}$  (-2; 3; 1) и  $\overline{b}$  (4; -1; 2). Найдите:

а) координаты вектора  $2\overline{a} - \overline{b}$ ;

б) при каком значении у и z вектор  $\overline{c}$  (8; у; z) и вектор  $\overline{a}$  коллинеарны?

3. Найдите скалярное произведение векторов  $\overline{a}$  и  $\overline{b}$ , если:

а)  $\overline{a}$  (2; -4; 1),  $\overline{b}$  (3; 2; -1); б)  $|\overline{a}| = 3$ ,  $|\overline{b}| = 4$ ,  $\cos(\overline{a}, \overline{b}) = \frac{1}{6}$ .

4. Найдите значение  $m$ , при котором векторы  $\overline{a}$  и  $\overline{b}$  перпендикулярны, если  $\overline{a}$  (2; -4;  $m$ ),  $\overline{b}$  (3; -1; 5).

5. Найдите  $\cos \angle j$  между векторами  $\overline{a}$  (2; 3; -1) и  $\overline{b}$  (3; -1; 2).

Вариант 2.

1. Даны точки А (3; -1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:

а) координаты вектора  $\overline{BA}$ ; б)  $|\overline{BA}|$ .

2. Даны векторы  $\overline{a}$  (-2; 3; 1) и  $\overline{b}$  (4; -1; 2). Найдите:

- а) координаты вектора  $\bar{a} + 3\bar{b}$ ;
- б) при каком значении  $y$  и  $z$  вектор  $\bar{c}(8; y; z)$  и вектор  $\bar{b}$  коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ , если:
- а)  $\bar{a}(-2; 3; 1)$ ,  $\bar{b}(-1; -1; 4)$ ; б)  $|\bar{a}|=2$ ,  $|\bar{b}|=5$ ,  $\cos(\bar{a}\bar{b})=0,1$ .
4. Найдите значение  $m$ , при котором векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  перпендикулярны, если  $\bar{a}(3; 2; -1)$ ,  $\bar{b}(2; m; -2)$ .
5. Найдите  $\cos\angle j$  между векторами  $\bar{a}(3; 2; -1)$  и  $\bar{b}(-1; 2; 3)$ .  
Вариант 3.

1. Даны точки А  $(3; -1; 5)$  и В  $(4; 1; 3)$ . Найдите:
- а) координаты вектора  $\overline{AB}$ ; б)  $|\overline{AB}|$ .
2. Даны векторы  $\bar{a}(3; -4; 2)$  и  $\bar{b}(-2; 1; 6)$ . Найдите:
- а) координаты вектора  $2\bar{a} + \bar{b}$ ;
- б) при каком значении  $x$  и  $y$  вектор  $\bar{c}(x; y; 5)$  и вектор  $\bar{a}$  коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ , если:
- а)  $\bar{a}(3; -1; 2)$ ,  $\bar{b}(2; 3; -4)$ ; б)  $|\bar{a}|=2$ ,  $|\bar{b}|=3$ ,  $\cos(\bar{a}\bar{b})=\frac{1}{2}$
4. Найдите значение  $m$ , при котором векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  перпендикулярны, если  $\bar{a}(3; -1; m)$ ,  $\bar{b}(2; 4; 3)$ .
5. Найдите  $\cos\angle j$  между векторами  $\bar{a}(-1; 2; 3)$  и  $\bar{b}(2; -1; 3)$ .  
Вариант 4.

1. Даны точки А  $(3; -1; 5)$  и В  $(4; 1; 3)$ . Найдите:
- а) координаты вектора  $\overline{BA}$ ; б)  $|\overline{BA}|$ .
2. Даны векторы  $\bar{a}(3; -4; 2)$  и  $\bar{b}(-2; 1; 6)$ . Найдите:
- а) координаты вектора  $\bar{a} - 3\bar{b}$ ;
- б) при каком значении  $x$  и  $y$  вектор  $\bar{c}(x; y; 5)$  и вектор  $\bar{b}$  коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ , если:
- а)  $\bar{a}(1; -2; 4)$ ,  $\bar{b}(2; -1; 3)$ ; б)  $|\bar{a}|=5$ ,  $|\bar{b}|=3$ ,  $\cos(\bar{a}\bar{b})=0,2$ .
4. Найдите значение  $m$ , при котором векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  перпендикулярны, если  $\bar{a}(3; 2; -1)$ ,  $\bar{b}(m; 3; 1)$ .
5. Найдите  $\cos\angle j$  между векторами  $\bar{a}(3; -1; 2)$  и  $\bar{b}(3; 2; -1)$ .

## Тема 2.6. Прямые и плоскости в практических задачах

### Теоретические вопросы:

- 1) Прямую, перпендикулярную любой прямой в плоскости, называют...
- а) наклонной к плоскости; б) перпендикуляром к плоскости; в) секущей; г) лучом.
- 2) Наклонной к плоскости называют прямую, пересекающую плоскость и ...

- а) не пересекающую перпендикуляр;  
 б) лежащую в ней;  
 в) не имеющую с ней общих точек;  
 г) не перпендикулярную ей
- 3) Параллельными называют плоскости, ...  
 а) не имеющие общих прямых;  
 б) у которых одна общая точка;  
 в) у которых две общие точки;  
 г) не имеющие ни одной общей точки.
- 4) Прямая, проходящая через основания перпендикуляра и наклонной, называется ...  
 а) секущей;  
 б) параллельной плоскости;  
 в) проекцией наклонной на плоскость;  
 г) перпендикуляром к плоскости.
- 5) Наклонная перпендикулярна прямой в плоскости, если ...  
 а) перпендикуляр пересекается с проекцией наклонной на плоскость;  
 б) проекция наклонной параллельна этой прямой;  
 в) проекция наклонной перпендикулярна этой прямой;  
 г) прямая совпадает с проекцией наклонной
- б) Если из точки вне плоскости провести к ней перпендикуляр и наклонные, то ...
- а) перпендикуляр длиннее наклонной;  
 б) наклонная длиннее перпендикуляра;  
 в) проекция наклонной короче перпендикуляра;  
 г) наклонная и ее проекция равны
- 7) Прямая параллельна плоскости, если они ...  
 а) пересекают прямую в одной и той же точке;  
 б) перпендикулярны одной и той же прямой;  
 в) удалены от данной точки на равные расстояния;  
 г) пересекают плоскость в одной точке.
- 8) Углом между наклонной и плоскостью называют ...  
 а) угол между наклонной и перпендикуляром;  
 б) угол между проекцией и перпендикуляром;  
 в) угол между наклонной и ее проекцией;  
 г) угол между наклонной и прямой в плоскости.
- 9) Через ... проходит единственная плоскость,  
 а) две точки; б) три параллельные прямые;  
 в) три попарно пересекающиеся прямые;  
 г) четыре точки.
- 10) Прямая пересекает плоскость, если прямая и плоскость ...  
 а) не имеют ни одной общей точки;  
 б) имеют две общие точки;  
 в) имеют только одну общую точку;  
 г) имеют три общие точки.
- 11) Если прямая пересекает плоскость квадрата в точке пересечения диагоналей и перпендикулярна двум смежным его сторонам, то она ...  
 а) параллельна двум другим сторонам квадрата;  
 б) перпендикулярна диагоналям квадрата;  
 в) параллельна диагоналям квадрата;  
 г) образует с плоскостью квадрата угол в 30 градусов
- 12) Если две параллельные плоскости пересечь третьей, то ...  
 а) линии пересечения равны;  
 б) линии пересечения параллельны;

- в) линии пересечения перпендикулярны;
  - г) плоскости совпадают.
- 13) Если две параллельные плоскости пересечь двумя параллельными прямыми, то ...
- а) прямые пересекаются в точке;
  - б) плоскости пересекаются по прямой, параллельной одной из прямых;
  - в) отрезки, заключенные между плоскостями равны;
  - г) плоскости перпендикулярны одной из прямых.

**Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)**

**Практическое занятие №5** Взаимное расположение прямых в пространстве.

Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей.

Задача 1. С самолета радируют капитану рыболовецкого судна, что самолет находится над косяком рыбы на высоте 1000 м. С судна определяют, что угол, под которым виден самолет над горизонтом, равен  $30^\circ$ . Найдите расстояние от судна до косяка рыбы. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу метров.

О т в е т: 1700 м.

**Задача 2.** Магистраль и канал пересекаются под углом меньше  $45^\circ$ , внут-

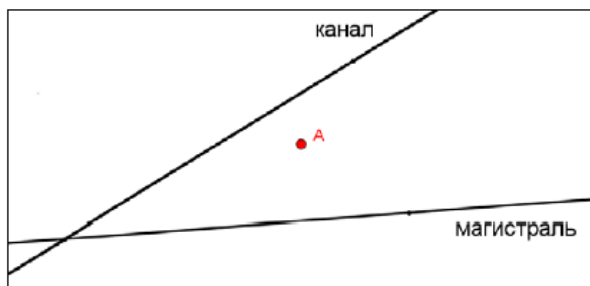


Рис. 17

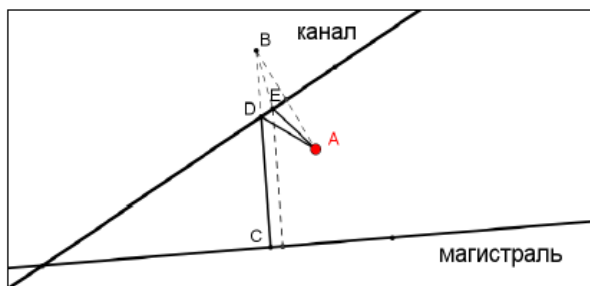


Рис. 18

ри которого расположен населенный пункт. Как проложить кратчайшую дорогу, проходящую от данного пункта сначала к берегу канала, а затем к магистрали (рис. 17)?

Отразив симметрично относительно канала данный населенный пункт А, мы получим точку В, из которой достаточно теперь опустить перпендикуляр ВС к магистрали, пересекающий канал в точке D (рис. 18).

Для доказательства того,

что кратчайший маршрут от точки А к каналу, а затем к магистрали представляет собой ломаную ADC, заметим следующее: для любой другой точки Е ка-

нала сумма расстояний от точки А до канала и от точки А до магистрали будет равна сумме расстояний от точки В до канала и от точки В до магистрали, которая в свою очередь будет превосходить величину  $BC = AD + DC$  (рис. 18).

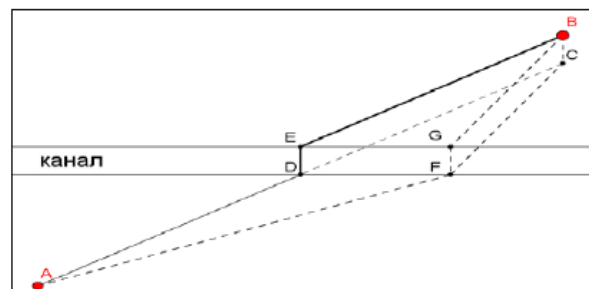


Рис. 19

**Задача 1.** Требуется определить оптимальное место расположения распределительного центра при следующих условиях. Пусть у компании имеется пять потребителей на местности. Месторасположение потребителей задано на карте местности (рисунок 5). По каждому потребителю известен месячный грузооборот, который указан на схеме в скобках.

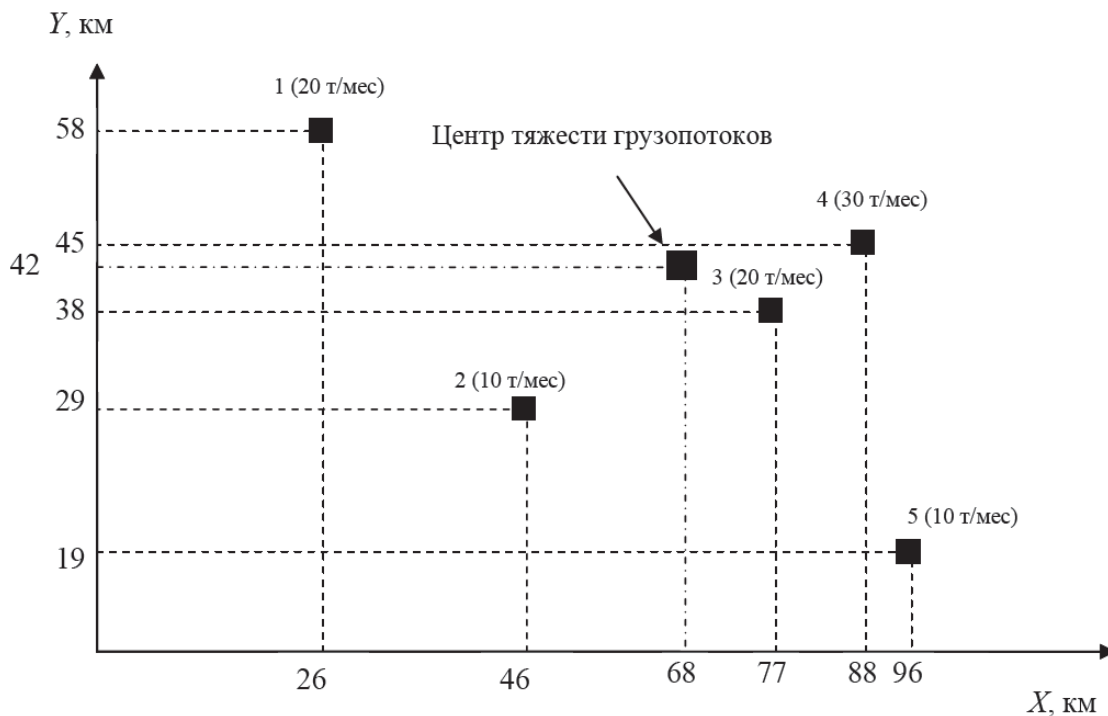


Рисунок 5 – Схема расположения потребителей

Подобные задачи решаются методом определения центра тяжести физической модели распределения. Метод аналогичен определению центра тяжести физического тела. Однако следует помнить, что при расчетах расстояние от центра распределения до пункта потребления рассчитывается по прямой. В связи с этим моделируемый район должен иметь развитую сеть дорог, в противном случае неизбежна ошибка в расчетах.

*Решение:* Нанесем на карту оси координат с произвольно выбранным масштабом.

Рассчитаем координаты точки центра тяжести модели по следующим формулам:

$$X_{\text{склад}} = \frac{\sum_{i=1}^n \Gamma_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^n \Gamma_i}, \quad (14)$$

$$Y_{\text{склад}} = \frac{\sum_{i=1}^n \Gamma_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^n \Gamma_i}, \quad (15)$$

где  $\Gamma_i$  – грузооборот  $i$ -го потребителя;  $X_i$  и  $Y_i$  – координаты  $i$ -го потребителя;  $n$  – количество потребителей.

Подставив числовые значения в формулы (14) и (15), получим

$$X_{\text{склад}} = \frac{26 \cdot 20 + 46 \cdot 10 + 77 \cdot 20 + 88 \cdot 30 + 96 \cdot 10}{20 + 10 + 20 + 30 + 10} = 68,$$

$$Y_{\text{склад}} = \frac{19 \cdot 20 + 29 \cdot 10 + 38 \cdot 20 + 45 \cdot 30 + 58 \cdot 20}{20 + 10 + 20 + 30 + 10} = 42.$$

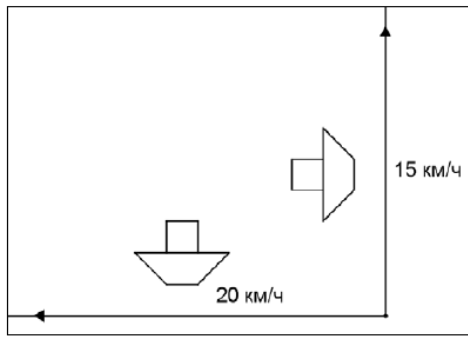
Таким образом, место расположения склада должно находиться в точке с координатами (68; 42).

Следует помнить, что на реальной местности точка, обеспечивающая минимум транспортной работы по доставке, в общем случае не совпадает с найденным на карте центром тяжести грузопотоков, но, как правило, находится где-то недалеко. Подобрать приемлемое место для склада позволит последующий анализ возможных мест размещения в окрестностях найденного центра тяжести.

Задача 2. От Йошкар–Олы до Сернура 90км. Между ними на трассе в 40км от Йошкар – Олы расположены посёлок Советский и деревня Верхний Ушнур в 15км от Сернура. Из Советского в направлении Сернура вышел пешеход со скоростью 4км/ч. Через 1ч 45минут после выхода пешехода из Верхнего Ушнура Советский выехал велосипедист и доехал до Советского за 1ч 15минут. А через 15минут после выезда велосипедиста из Сернура выехала легковая машина со скоростью 80км/ч. Известно, все они встретились в одном месте на трассе. Через какое время после выезда велосипедиста и как далеко от Йошкар – Олы произошла встреча?

**Практическое занятие №7** Решение практико-ориентированных задач





**Задача 1.** Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад (рис. 6). Скорости их равны 15 км/ч и 20 км/ч соответственно. Какое расстояние (в км) будет между ними через 2 ч?

Ответ: 50 км.

**Задача 2.** Паровозное депо имеет в плане вид полукольца (рис. 38 на вид спереди и вид сверху), внутренний диаметр которого равен 20 м; ширина полукольца — 9 м; в поперечном сечении депо имеет вид прямоугольной трапеции ABCD (отрезок BC соответствует покато́й крыше), параллельные стороны которой равны 4,25 м и 6,5 м. Найдите объем депо

**Решение**

Площадь трапеции ABCD равна  $48,375 \text{ м}^2$ , а расстояние от оси до центра тяжести есть  $x_c \approx 14,5$  м. Таким образом, объем депо равен:

$$V = \pi \cdot x_c \cdot S \approx 2204 \text{ м}^3.$$

Конечно, паровозы в настоящее время можно увидеть только в музеях под открытым небом и депо выглядят не так, но здания подобной формы существуют.

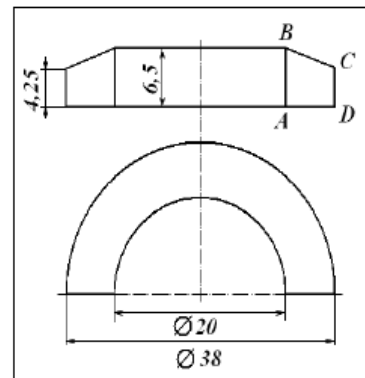


Рис. 38

**Тема 2.7** Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве  
**Теоретические вопросы:**

1. Запишите основные аксиомы стереометрии.
2. Запишите классификацию взаимного расположения прямых в пространстве.

Сделайте иллюстрации.

3. Что такое вектор-отрезок и что такое геометрический вектор?
4. Дать определение сложения геометрических векторов и умножения геометрического вектора на число. Перечислить основные восемь свойств этих операций.
5. Что такое линейная комбинация геометрических векторов? Дать определение линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.

Привести примеры.

6. Дать определение базиса множества геометрических векторов и координатного вектора в данном базисе. В чём смысл введения этих понятий?
7. Сформулировать аксиоматическое определение векторного пространства.
8. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии линейной независимости системы векторов.

9. Что такое размерность векторного пространства? Что такое его базис?

Сформулировать теорему о необходимом и достаточном условии того, что данная система векторов некоторого пространства составляет его базис.

10. Привести десять примеров векторных пространств (геометрические векторы, наборы чисел, матрицы, функции).

**Контрольная работа №2** Расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора

на число. Координаты вектора

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. Расшифруйте краткую запись:  $a \in \beta$ .

А) точка  $a$  принадлежит плоскости  $\beta$ ; Б) точка  $a$  принадлежит прямой  $\beta$ ; В) прямая  $a$  принадлежит плоскости  $\beta$ ; Г) прямая  $a$  пересекает плоскость  $\beta$ .

2. Прямые АВ и СД скрещиваются. Какое расположение имеют прямые АС и ВД?

А) параллельные; Б) перпендикулярные; В) скрещиваются; Г) пересекаются.

3. Какие из векторов  $a(1,2,-3)$ ,  $c(3,6,-6)$ ,  $v(2,4,-6)$  коллинеарные?

А)  $a$ ,  $v$ ; Б)  $c$ ,  $v$ ; В)  $a$ ,  $c$ ; Г) коллинеарных векторов нет.

4. Даны точки  $A(2,0,5)$ ,  $B(2,4,-2)$ ,  $C(-2,6,3)$ . Серединой какого отрезка является точка  $M(0,3,4)$ ?

А) АВ; Б) ВС; В) АС; Г) СВ.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Через концы отрезка АВ и его середину М проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $M_1$ . Найдите длину отрезка  $MM_1$ , если отрезок АВ не пересекает плоскость и если  $AA_1=6,8$  см,  $BB_1=7,4$  см.

6. Прямые АС, АВ и АД попарно перпендикулярны. Найдите отрезок СД, если  $AB=5$  см,  $BC=13$  см,  $AD=9$  см.

7. Даны векторы  $a(-6,0,8)$ ,  $v(-3,2,-6)$ . Найдите скалярное произведение векторов.

8. Начертить куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Построить точку  $K \in AB$ , точку  $M \in DD_1 C$ , отрезок  $PE \in A_1 B_1 C_1$ .

9. При каких значениях  $n$  векторы  $\vec{a}(4,n,2)$ ,  $\vec{b}(1,2,n)$  перпендикулярны?

10. Оформите лист бумаги А4 вертикальными, горизонтальными, наклонными линиями, используя разные цветовые оттенки.

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	В	В	А	В	7,1	15	-30	-	-1	-

**Раздел 3. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции**

**Тема 3.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа**

**Теоретические вопросы:**

1. Чему равен угол в один радиан?

2. В каких четвертях тригонометрического круга функция  $y=\sin x$  принимает положительные значения?

3. В каких четвертях тригонометрического круга функция  $y=\cos x$  принимает отрицательные значения?

4. Продолжите определение: «Синус острого угла – это...».

5. Продолжите определение: «Косинус острого угла – это...».

6. Продолжите определение: «Тангенс острого угла – это...».

7. Что такое синус, косинус, тангенс, тангенс острого угла прямоугольного треугольника.

8. Основные тригонометрические формулы .

9. Вписанный угол- ... (Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность)

10. Углы, измеряемые с помощью дуг окружности:

11. а) Угол с вершиной внутри окружности измеряется полусуммой двух дуг, из которых одна заключена между его сторонами, а другая между продолжениями сторон.

12. б) Угол с вершиной вне окружности, стороны которого пересекаются с

окружностью, измеряется полуразностью двух дуг, заключенных между его сторонами.

### Тема 3.2 Основные тригонометрические тождества

#### Теоретические вопросы:

1. Найти область определения и множество значений функции  $y = \sin x + 2$ .
2. Выяснить, является ли функция  $y = x^2 + \cos x$  чётной или нечётной.
3. Доказать, что наименьший положительный период функции  $y = \cos 2x$  равен  $\pi$ .
4. Найти принадлежащие отрезку  $[-\pi; \pi]$  корни уравнения с помощью графика функции.
5. Построить график функции  $y = \cos x - 1$  и найти значение аргумента, при которых функция возрастает, принимает наибольшее значение.

Задания по теме:

1. Найдите значение выражения:  $2\sin 60^\circ + \cos 90^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ$
2. Сравните с нулём выражения:  $\sin 120^\circ, \cos 195^\circ, \operatorname{ctg} 359^\circ$ .
3. Вычислите:  $6\cos^2 \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}^2 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{2}\right)$ .
4. Упростите выражение:  $\frac{\sin(\pi + \alpha) * \cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$
5. Упростите выражение:  $\sin \alpha * \cos \alpha * \operatorname{ctg} \alpha - 1$
6. Упростите выражение:  $\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha * \cos \alpha}$
7. Вычислите:  $2\sin 15^\circ * \cos 15^\circ$
8. Вычислите:  $\cos \frac{7\pi}{4}$
9. Представив  $105^\circ$  как  $60^\circ + 45^\circ$ , вычислите  $\sin 105^\circ$ .

Дано:  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ , где  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Найдите  $\operatorname{tg} 2\alpha$

### Тема 3.3 Тригонометрические функции, их свойства и графики

#### Теоретические вопросы:

Сформулируйте основное тригонометрическое тождество.

1. Чему равно произведение  $\operatorname{tg} x * \operatorname{ctg} x$ ?
2. Чему равен  $\sin(2x)$ ? Сформулируйте правило вычисления.
3. Чему равен  $\cos(2x)$ ? Сформулируйте правило вычисления.
4. Перечислите тригонометрические функции, укажите их периоды.

### Тема 3.4 Обратные тригонометрические функции

Задания, содержащие обратные тригонометрические функции.

1. Найти область определения следующих функций:

1)  $y = \arcsin(x-2)$ .

2)  $y = \arccos \frac{1-2x}{4}$ .

3)  $y = \arcsin \frac{x-3}{2}$ .

Ответ :

1)  $D(y) = [1;3]$ ;

2)  $D(y) = [-1,5;2,5]$ ;

3)  $D(y) = [1;5]$ .

№1. Какие значения могут принимать  $x$  и  $y$  в равенствах:

а)  $y = \arcsin x$ ; б)  $y = \arccos x$ ; в)  $y = \operatorname{arctg} x$ ; г)  $y = \operatorname{arcctg} x$

Ответы: (неупорядоченные):

$x \in \mathbb{R}, y \in (0; \pi); x \in [-1; 1], y \in [0; \pi]; x \in [-1; 1], y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]; x \in \mathbb{R}, y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .

№ 2. Какие из данных равенств верные и какие неверные? Ответ обоснуйте.

1. а)  $\arcsin 1 = \frac{\pi}{4}$ ; б)  $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ ; в)  $\arctg(-1) = \frac{3\pi}{4}$ ; г)  $\text{arcctg}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{6}$  д)  $\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

2. а)  $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{5\pi}{6}$ ; б)  $\arccos(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{3}$ ; в)  $\text{arcctg}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{6}$  г)  $\text{arcctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$  д)  $\arccos(0) = \frac{\pi}{2}$

3. а)  $\arcsin 0 = \pi$ ; б)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$ ; в)  $\arctg(-1) = \frac{3\pi}{4}$ ; г)  $\text{arcctg} 1 = \frac{\pi}{4}$ ; д)  $\arccos(-\frac{1}{2}) = \frac{2\pi}{3}$

Ответы: Верными равенствами являются: 1. б); д). 2. в); д). 3. г); д).

№ 3. Имеют ли смысл следующие выражения:

1.  $\arcsin 3,1$ ;  $\arctg 3,1$ ;  $\arccos(-\sqrt{3})$ ;  $\text{arcctg}(-\sqrt{3})$ ;  $\arccos(-\frac{3\pi}{2})$ .

2.  $\text{arcctg} 5,4$ ;  $\arccos 5,4$ ;  $\arctg(-5)$ ;  $\arcsin \frac{\pi}{3}$ ;  $\arcsin \frac{3}{\pi}$ .

3.  $\arcsin(-2)$ ;  $\arctg(-2)$ ;  $\arccos \frac{2}{5}$ ;  $\text{arcctg} \sqrt{2}$ ;  $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

Ответы: 1. Нет; да; нет; да; нет. 2. Да; нет; да; нет; да. 3. Нет; да; да; да; нет.

Вычислить значение выражения. Ответ в каждом задании записать в радианной и градусной мере угла.

1.  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

2.  $\arctg(-1)$ .

3.  $2 \arccos(-1) + 3 \arcsin(-1)$ .

Ответ в следующих заданиях записать в виде числа.

1.  $\sqrt{2} \cos(\arctg(-1))$ .

$8 \sin(\arcsin(-1))$

### Тема 3.5 Тригонометрические уравнения и неравенства

Задания по теме:

Решите уравнение

а)  $\cos x = -1$

б)  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в)  $\text{ctg} x = -\sqrt{3}$ .

2. а)  $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$

б)  $3 \sin^2 x - \cos x + 1 = 0$ .

3. а)  $\sin x - \cos x = 0$

б)  $3 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ .

4. Решите неравенство:

а)  $\sin x < 0,5$ ; б)  $\cos x > 0,5$ ; в)  $\text{tg} x \leq -3$ .

г)  $2 \cos^2 x + \sqrt{2} \sin x > 2$

### Тема 3.6 Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

**Теоретические вопросы:**

1. Чему равен период функции  $y = \cos(4x)$ ?

2. ему равен период функции  $y = \cos(x/4)$ ?

3. Определите область значения функции  $y = 3 \cos(5x)$ ?

4. Перечислите способы решения тригонометрических уравнений.

5. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений первого порядка.

6. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений второго порядка.

**Контрольная работа №3** Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений и неравенств в том числе с использованием свойств функций

#### Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. В  $\triangle ABC$   $\cos C = \frac{AB}{AC}$ . Какая из сторон является гипотенузой  $\triangle ABC$ ?

- А) АВ; Б) АС; В) ВС; Г) СВ.  
 2. Углом какой четверти является угол  $\alpha=410^\circ$ ?  
 А) I; Б) II; В) III; Г) IV.

3. Какие из функций являются чётными?  
 А)  $y=\sin x$ ; Б)  $y=\cos x$ ; В)  $y=\operatorname{tg} x$ ; Г)  $y=\operatorname{ctg} x$ .  
 4. Период функции  $y=\sin x$ ?  
 А)  $\pi/2$ ; Б)  $2\pi$ ; В)  $4\pi$ ; Г)  $\pi$ .

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Вычислите:  $\sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2}$ .  
 6. Найдите значение выражения  $4\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - 4\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$   
 7. Найдите значение выражения  $7\operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$ .  
 8. Решите уравнение  $\cos x = \frac{1}{2}$ . Запишите наименьший положительный корень

уравнения.

9. Решите уравнение  $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$ .  
 10. Постройте график тригонометрической функции  $y=2 \sin x$

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	А	В	Б	1	$2\pi$	7	$\pi/3$	$\pi/2+2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	

**Раздел 4. Производная и первообразная функции**

**Тема 4.1** Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования

**Теоретические вопросы:**

- Продолжите определение: «Производная – это...».
- Раскройте геометрический смысл производной.
- Раскройте физический смысл производной.
- Перечислите правила вычисления производных.
- Чему равна производная степенной функции?
- Чему равна производная произведения?

Устный опрос, решение задач, тестирование

1) Дифференцирование – это

- процесс вычисления производной
- условие вычисления предела
- процесс вычисления определенного интеграла
- процесс вычисления неопределенного интеграла

2) Установите соответствие

**ФУНКЦИЯ И ЕЁ ПРОИЗВОДНАЯ**

- |    |                        |    |                   |
|----|------------------------|----|-------------------|
| 1) | $f(x) = x$             | a) | $f'(x) = x$       |
| 2) | $f(x) = 4$             | b) | $f'(x) = 1$       |
| 3) | $f(x) = \cos x$        | c) | $f'(x) = \sin x$  |
|    | $f(x) = \frac{x^2}{2}$ | d) | $f'(x) = 2x$      |
| 4) |                        | e) | $f'(x) = -\sin x$ |
|    |                        | f) | $f'(x) = 0$       |

3) Правило дифференцирования частного  $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' =$

1.  $\frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

2.  $\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

3.  $f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$

4.  $f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

4) Найдите значение производной

1.  $y = \frac{1}{\cos x}$

2.  $\frac{3x^2 - 2}{x^3}$

3.  $y = \operatorname{tg} x + \frac{1}{x}$

**Тема 4.2** Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов

**Теоретические вопросы:**

1. Дайте определение функции. Приведите примеры пар переменных величин, связанных между собой некоторой функциональной зависимостью.
2. Перечислите способы задания функции.
3. Дайте определение графика функции.
4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.
5. Дайте определение функции непрерывной на отрезке и непрерывной в точке.
6. Дайте определение: а) возрастающей; б) убывающей; в) строго монотонной; г) невозрастающей; д) неубывающей; е) монотонной; ж) ограниченной снизу; з) ограниченной сверху; и) ограниченной; к) чётной; л) нечётной; м) периодической; н) сложной; о) обратной функций.

) Для функции  $y = 5x + 1$  найдите:

1. приращение  $\Delta y$  при переходе от точки  $x_0$  к точке  $x_0 + \Delta x$ ;
2. отношение приращения функции  $\Delta y$  к приращению аргумента  $\Delta x$ ;
3. предел отношения приращения функции к приращению аргумента при  $x \rightarrow 0$ .

2) Соответствие производных степенной функции

- |               |                 |
|---------------|-----------------|
| 1) $y = 3x^4$ | a) $y' = 12x^2$ |
| 2) $y = 4x^3$ | b) $y' = 12x^3$ |
| 3) $y = 6x^2$ | c) $y' = 12x$   |
| 4) $y = 2x^6$ | d) $y' = 24x^5$ |
| 5) $y = 4x^6$ | e) $y' = 12x^5$ |
|               | f) $y' = 24x^3$ |

3) Найдите значение производной в точке

1.  $y = x^3 - 2x + x + 2$

2.  $y = \sqrt{x}(2\sin x + 1)$

3.  $y = \frac{1}{x^2}$

4) Найдите производную функции  $y = \sqrt{x^2 + 16}$

**Тема 4.3** Геометрический и физический смысл производной

**Теоретические вопросы:**

1) Утверждение о том, что угловой коэффициент касательной к графику функции, равен производной этой функции в точке касания выражает

1. физический смысл производной

2. геометрический смысл производной

3. определение производной

2) Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 9$  с.

3) Найдите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = -x^2 - 4x + 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

**Тест по теме:**

Вариант 1

1. Найдите производную функции  $y = 9 - 9x^8 - \frac{6}{5}x^5$ .

1)  $y' = 9x - x^9 - \frac{1}{5}x^6$ ;    2)  $y' = 9x - 72x^7 - 5x^4$ ;    3)  $y' = -72x^7 - 6x^4$ ;    4)

$y' = -17x^7 - 6x^4$

2. Найдите производную функции  $y = 3x^2 \cdot \cos x$ .

1)  $y' = 6x \cdot \sin x$ ;    2)  $y' = 6x \cdot \cos x - 3x^2 \cdot \sin x$ ;    3)  $y' = x^3 \cdot \cos x + 3x^2 \cdot \sin x$ ;    4)

$y' = 6x \cdot \cos x + 3x^2 \cdot \sin x$

3. Найдите производную функции  $y = (x+1)(x+2) - (x-1)(x-3)$ .

1)  $y' = -7$ ;    2)  $y' = 7$ ;    3)  $y' = -1$ ;    4)  $y' = 1$

4. Найдите производную функции  $y = x^4 - \frac{1}{x}$ .

1)  $y' = 4x - \frac{1}{x^2}$ ;    2)  $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2}$ ;    3)  $y' = 4x^3 + \frac{1}{x^2}$ ;    4)  $y' = 4x + \frac{1}{x^2}$ .

5. Найдите производную функции  $y = \frac{-2x+1}{4x+2}$ .

1)  $y' = \frac{2}{(2x+1)^2}$ ;    2)  $y' = -\frac{2}{(2x+1)^2}$ ;    3)  $y' = \frac{2x}{(2x+1)^2}$ ;    4)

$y' = -\frac{2x}{(2x+1)^2}$ .

6. Найти значение производной функции  $y = x^2 + \sin x$  в точке  $x_0 = \pi$ .

1)  $y' = \pi^2 - 1$ ;    2)  $y' = 2\pi + 1$ ;    3)  $y' = 2\pi - 1$ ;    4)  $y' = 2\pi$

7. Найдите  $f'(1)$ , если  $f(x) = \frac{5}{x} + 4e^x$

1) 9;    2)  $-5 + 4e$ ;    3) 5;    4)  $5 + 4e$

8. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = 3x - 2 \cos x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ .

1) 1;    2) 2;    3) 3;    4) 0

9. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 3x - 4 \ln x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

1) 1;    2)  $-5$ ;    3)  $-1$ ;    4) 5

10. Уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{1}{x}$ , проведенной в точке  $(1; 1)$

имеет вид 1)  $y = x$ ;    2)  $y = -x - 2$ ;    3)  $y = x + 2$ ;    4)  $y = -x + 2$

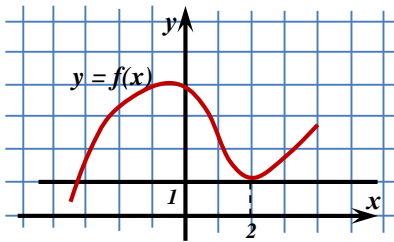
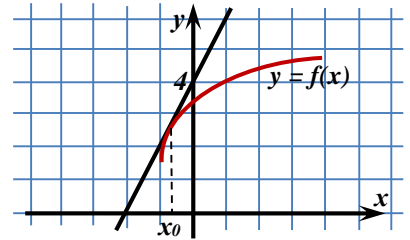
11. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $y = \sin 2x$  в точке с абсциссой 0.

- 1) 2;    2) 1;    3) 0;    4) -1

12. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .

Найдите значение производной в точке  $x_0$ .

- 1) -2;    2) 2;    3) -0,5;    4) 0,5



13. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

Найдите значение производной в точке  $x_0$ .

- 1) 2;    2) 1;    3) 0;    4) -0,5

Вариант 2

1. Найдите производную функции  $y = 8 - 5x^4 - \frac{7}{6}x^6$ .

- 1)  $y' = -20x^3 - 7x^5$ ;    2)  $y' = 8x - 20x^5 + 7x^7$ ;    3)  $y' = 8x - x^5 + \frac{1}{6}x^7$ ;    4)

$$y' = -20x^3 + 7x^4$$

2. Найдите производную функции  $y = -3,6x^2 \cdot \cos x$ .

- 1)  $y' = -7,2x \cdot \cos x + 3,6x^2 \cdot \sin x$ ;    2)  $y' = -7,2x \cdot \cos x - 3,6x^2 \cdot \sin x$ ;    3)

$$y' = -1,2x^3 \cdot \cos x + 3,6x^2 \cdot \sin x$$
;    4)  $y' = 7,2x \cdot \sin x$  .

3. Найдите производную функции  $y = x(x+5) - (x+2)(x+3)$ .

- 1)  $y' = 5$ ;    2)  $y' = -6$ ;    3)  $y' = -5$ ;    4)  $y' = 0$

4. Найдите производную функции  $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x^2}$ .

- 1)  $y' = \sqrt{x} + \frac{2}{x^3}$ ;    2)  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$ ;    3)  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$     4)  $y' = 2\sqrt{x} + \frac{2}{x^3}$  .

5. Найдите производную функции  $y = \frac{3-5x}{10+6x}$ .

- 1)  $y' = -\frac{15}{(5x+6)^2}$ ;    2)  $y' = \frac{15}{(5x+6)^2}$ ;    3)  $y' = \frac{25x}{(5x+6)^2}$ ;    4)

$$y' = -\frac{25x}{(5x+6)^2} .$$

6. Найти значение производной функции  $y = \cos x - x^2$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

- 1)  $y' = \pi - 1$ ;    2)  $y' = 1 - \pi$ ;    3)  $y' = 1 + \pi$ ;    4)  $y' = -1 - \pi$

7. Найдите  $f'(1)$ , если  $f(x) = \ln x - 2 \sin x$

- 1)  $1 + 2 \sin x$ ;    2)  $1 - 2 \sin 1$ ;    3)  $1 - 2 \cos 1$ ;    4)  $2 \cos 1$

8. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = 3 \sin x + 12x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

- 1) 15;    2) 12;    3)  $1,5\pi^2$ ;    4)

$$-3 - 6\pi$$

9. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 2x + e^x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ .



- 1) 1;    2) 2;    3) 3;    4) 0

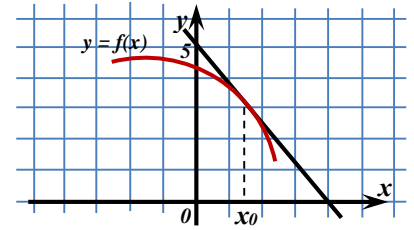
10. Уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{1}{5x}$ , проведённой в точке (2; 0,1)

- имеет вид 1)  $y = 0,1 + 0,05x$ ;    2)  $y = 0,2 - 0,05x$ ;    3)  $y = 0,1 + 0,5x$ ;    4)  $y = 0,05x$

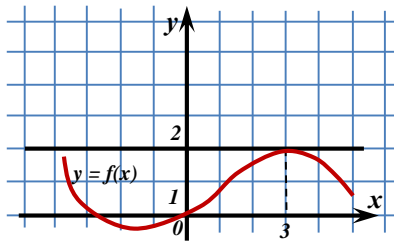
11. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции  $y = 6x - e^{2x}$  в точке с абсциссой 0.

- 1) 1;    2) 5;    3) 6;    4) 4

12. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



- 1) 0,8;    2) -1,25;    3) 1,25;    4) -0,8



13. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .

- 1) 2;    2) 3;    3) 0;    4) 1

Ответы к тесту:

Вариант 1

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
№ ответа	3	2	2	3	2	2	2	3	1	4	1	2	3

Вариант 2

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
№ ответа	1	2	4	3	1	4	3	2	3	4	4	2	3

**Тема 4.4** Монотонность функции. Точки экстремума

**Теоретические вопросы:**

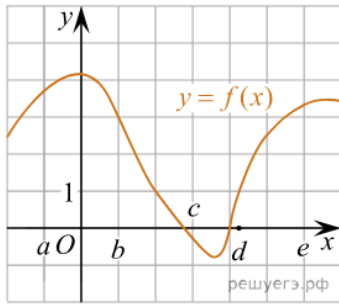
1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 5$

2) Найдите критические (стационарные) точки функции:  $f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$ . В ответе укажите сумму критических точек, принадлежащих промежутку  $[-1; 8]$

3) Найдите интервалы выпуклости вверх и выпуклости вниз, точки перегиба функции  $f(x) = x^4 - 24x^2 + 3x + 5$

4) На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Числа a, b, c, d и e задают на оси x четыре интервала.

Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



### ИНТЕРВАЛЫ

- А) (a; b)
- Б) (b; c)
- В) (c; d)
- Г) (d; e)

### ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

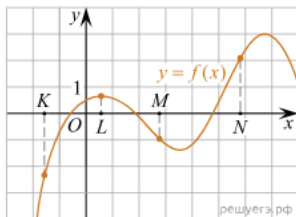
- 1) производная отрицательна на всём интервале
- 2) производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце интервала
- 3) функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала
- 4) производная положительна на всём интервале

1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции  $f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 3$

2) Найдите критические (стационарные) точки функции:  $f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x - 7$ . В ответе укажите сумму критических точек, принадлежащих промежутку  $[-2; 3]$

3) Найдите интервалы выпуклости вверх и выпуклости вниз, точки перегиба функции  $f(x) = x^2 e^{-x}$

4) На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки K, L, M и N на оси x. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристику функции и её производной.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

### ТОЧКИ

- А) K
- Б) L
- В) M
- Г) N

### Тема 4.5 Исследование функций и построение графиков

#### Теоретические вопросы:

1. Чему равна производная частного?
2. Чему равна производная сложной функции?
3. Сформулируйте признак возрастания функции.
4. Сформулируйте признак убывания функции.
5. Сформулируйте признак точки максимума функции.
6. Сформулируйте признак точки минимума функции.

**Практическое занятие № 8** Исследование функции на монотонность. Построение графиков

Вариант-1

1. Построить графики функций:  $y = x^2$ ;  $y = x^2 - 3$ ;  $y = (x + 2)^2$

2. Выяснить, является ли функция  $y=x^5-x^3$  чётной, нечётной или другой.

3. Даны функции  $f(x)=\sqrt{x}$  и  $g(t)=3t^2+1$ . Найдите функцию  $f(g(t))$ .

4. Найдите функцию обратную данной функции  $y=6x-7$

5. Вычислите:  $f(-2)$ , если  $f(x)=x^3+5$

Вариант-2

1. Построить графики функций:  $y=x^2$ ;  $y=x^2+3$ ;  $y=(x-2)^2$

2. Выяснить, является ли функция  $y=x^6-x^4$  чётной, нечётной или другой.

3. Даны функции  $f(x)=x^2+5$  и  $g(t)=t+4$ . Найдите функцию  $f(g(t))$ .

4. Найдите функцию обратную данной функции  $y=5x+13$

5. Вычислите:  $f(-2)$ , если  $f(x)=x^3+5$

**Тема 4.6** Наибольшее и наименьшее значения функции

**Теоретические вопросы:**

1. Функция называется возрастающей на данном промежутке, если...

2. Функция называется убывающей на данном промежутке, если...

3. Точка  $x_0$  называется точкой минимума, если...

4. Точка  $x_0$  называется точкой максимума, если...

5. Стационарными точками функции называют точки...

6. Написать общий вид уравнения касательной.

Физический смысл производной

**Тема 4.7** Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах.

**Теоретические вопросы:**

1. Составьте алгоритм решения задач на нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке?

2. Составьте алгоритм исследования и построения графика функции с помощью производной.

3. Продолжите определение: «Функция  $F(x)$  называется ...».

4. Раскройте геометрический смысл определенного интеграла.

5. Продолжите определение: «Криволинейная трапеция – это...».

6. Сформулируйте формулу Ньютона-Лейбница.

7. В чем заключается общий вид всех первообразных?

8. Перечислите правила вычисления интегралов.

**Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)**

**Практическое занятие № 9** Наименьшее и наибольшее значение функции

Задание 1. Функция полных издержек при перевозке грузов автомобильным транспортом имеет вид  $y=x^3-6x^2+15x$ , где  $x$  – объём перевозки грузов в условных единицах для данного вида транспорта. Определить при каком объёме перевозок грузов автомобильным транспортом средние издержки имеют наименьшее значение.

Задача 2. Сила тяжести локомотива  $F$  пропорциональна скорости его движения.

Найти силу тяги в любой момент времени, если масса поезда равна  $m$  и при  $t=0$ ;  $F=F_0$ ;  $v=v_0$ .

Задача 3. Ускорение движения поезда задано уравнением  $a=\varepsilon(f+\omega \cdot b)$ , где  $\varepsilon, f, \omega, b$  – постоянные. Установить зависимость пути  $S$  пройденного поездом, за время  $t$ , если его начальная скорость равна  $v_0$ , а через время она стала равной  $v$ .

Задача 4 Закон прямолинейного движения задан уравнением  $s=-t^3+9t^2-24t-8$ . Найти максимальную скорость движения тела ( $s$  – в метрах,  $t$  – в секундах).

Задача 5 Требуется изготовить поддон для слива отработанного ГСМ – открытую сверху коробку, вырезая по углам равные квадратики. Прямоугольный лист жести имеет длину 64 см и ширину 40 см. Каковы должны быть стороны вырезаемых квадратиков, чтобы вместимость поддона была максимальной.

### Практическое занятие №10. Применения производной функции в профессии

1. Для хранения горючих материалов в колледже требуется изготовить мобильный заправочный модуль в виде прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Объем 512 литров. С целью экономии материала, идущего на изготовление емкостей, просим Вас рассчитать, при какой стороне основания параллелепипеда, площадь поверхности будет наименьшей?

2. На графике представлена зависимость скорости гоночного автомобиля от времени. Определить по какой траектории двигался этот гоночный автомобиль.

3. Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м, и площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?

4. Автомобиль приближается к мосту со скоростью 72 км/ч. Перед мостом висит дорожный знак "40км/ч". За 7 сек до въезда на мост, водитель нажал на педаль тормоза. С разрешенной ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой  $s=20t-t^2$ .

Расход горючего легкового автомобиля (литров на 100 км) в зависимости от скорости  $X$  км/час при движении на четвертой передаче приблизительно описывается функцией  $f(x)=0,0017x^2 - 0,18x + 15,2$ ,  $x > 30$  км/час. При какой скорости расход горючего будет наименьшим?

### Практическое занятие № 11. Нахождение оптимального результата в профильных задачах

**Задача 1.** Определите вид кривой, по которой материальная точка, скатываясь под действием только силы тяжести, сохраняет начальную вертикальную составляющую скорости (кривая 1 на рис. 27).

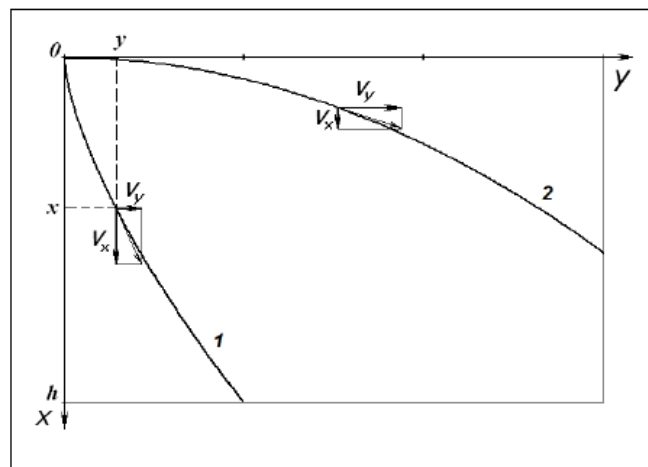


Рис. 27

**Решение**

Выберем направление осей в системе координат таким образом, чтобы движение точки осуществлялось с положительной скоростью, а координаты возрастали. Для этого повернем ее на 90 градусов по часовой стрелке. Пусть в начале координат материальная точка имеет начальную скорость. Запишем закон сохранения энергии для материальной точки, имеющей начальную кинетическую энергию  $\frac{mv_0^2}{2}$  и некоторый запас потенциальной энергии  $mgh$ , относи-

тельно уровня с координатой  $x = h$  :

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2} + mg(h - x).$$

После сокращения получаем равенство:

$$v_0^2 = v^2 - 2gx \text{ или } v_0^2 = v_x^2 + v_y^2 - 2gx,$$

где  $v_x$  и  $v_y$  — проекции скорости на оси.

Пусть материальная точка имеет начальную вертикальную скорость и она сохраняется при всем движении точки по кривой, то есть  $v_0^2 = v_x^2 = const$ .

Таким образом,  $v_y = \sqrt{2gx}$ , а так как  $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \frac{dy}{dx}$ , то получаем следующее дифференциальное уравнение с разделенными переменными относительно  $y(x)$ :

$$dy = \frac{\sqrt{2g}}{v_0} \cdot \sqrt{x} \cdot dx.$$

После интегрирования  $\int_0^y dy = \frac{\sqrt{2g}}{v_0} \int_0^x \sqrt{x} dx$  получаем кривую:

$$y = \frac{2\sqrt{2g}}{3v_0} x^{\frac{3}{2}} \text{ или } y^2 = ax^3.$$

Это уравнение полукубической параболы, или *параболы Нейля*, который в 1657 году вычислил длину дуги этой кривой. В середине XVII века это являлось большим достижением. В настоящее время подобное нетрудно воспроизвести на уроке, воспользовавшись формулой для вычисления длины кривой

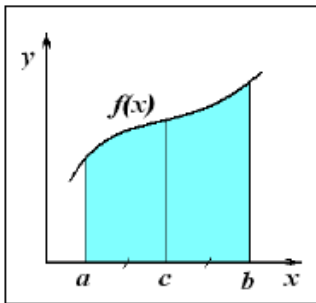
$l = \int_0^{x_0} \sqrt{1 + (y')^2} dx$ . Выбрав для удобства пределы интегрирования так, чтобы раз-

мерность  $x$  и  $y$  была одинакова и равна размерности  $\frac{1}{a}$ , получаем:

$$l = \int_0^{\frac{1}{4a}} \sqrt{1 + \frac{9ax}{4}} dx = \frac{61}{216a}.$$

В истории математики и физики большую роль сыграли кривые второго порядка — эллипс, парабола и гипербола. В программе математических классов предполагается выделение некоторого времени для их изучения. Это необходимо, так как в курсе астрономии 11-го класса учащиеся встречаются с ними при изучении законов Кеплера. Таким образом, в рамках общеобразовательной школы учитель при желании и возможности, например, в зависимости от состава класса, может дать вывод канонических уравнений кривых второго порядка.

Задача 2. Определите вид кривой, по которой материальная точка, скатываясь под действием только силы тяжести, сохраняет начальную горизонтальную составляющую скорости



Решение

Пусть материальная точка имеет начальную горизонтальную скорость, и она сохраняется при всем движении точки по кривой, то есть:

$$v_0^2 = v_y^2 = \text{const.}$$

Таким образом,  $v_x = \sqrt{2gx}$ , а так как  $v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} = v_0 \cdot \frac{dx}{dy}$ , то получаем

следующее дифференциальное уравнение относительно  $y(x)$ :

$$dy = \frac{v_0 dx}{\sqrt{2gx}}.$$

После интегрирования  $\int_0^y dy = \int_0^x \frac{v_0}{\sqrt{2gx}} dx$  получаем кривую:

$$y = \frac{\sqrt{2} \cdot v_0}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{x} \text{ или } y^2 = 2px.$$

Это каноническое уравнение квадратичной параболы.

**Тема 4.8** Первообразная функции. Правила нахождения первообразных

**Теоретические вопросы:**

1. Геометрический смысл определенного интеграла состоит в нахождении
  - 1) скорости протекания химической реакции
  - 2) площади криволинейной трапеции
  - 3) экстремумов функции

4) приближенного вычисления

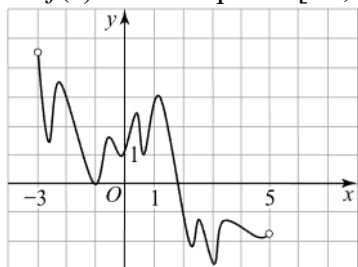
2. Установите соответствие между функцией и её первообразной

- |                        |                                    |    |
|------------------------|------------------------------------|----|
| 1) $f(x) = 3 + x$      | a) $F(x) = 3x^2 + x + C$           | 3. |
| 2) $f(x) = 6x + 1$     | b) $F(x) = 2x^2 - 3x^4 + C$        | 4. |
| 3) $f(x) = 3x^2 + 2x$  | c) $F(x) = 3x + \frac{x^2}{2} + C$ | 5. |
| 4) $f(x) = 4x - 12x^3$ | d) $F(x) = x^4 - 6x^2 + C$         | 6. |
|                        |                                    | 7. |
|                        |                                    | 8. |
|                        |                                    | 9. |

10.

3. Найдите первообразную функции  $y = \sin x$ , проходящую через точку  $M(-\pi; 0)$

4. На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 5)$ . Найдите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-2; 4]$ .



**Практическая работы №12** Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.

Вариант 1.

1. Является ли функция  $F(x) = x^2 + 3x + 1$  первообразной для функции  $f(x) = 2x + 3$  на  $\mathbf{R}$ ?

2. Для функции  $f(x) = 3x^2 - 6x$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M(1; 4)$ .

3. Вычислите интегралы: а)  $\int_1^2 x^2 dx$ , б)  $\int_1^2 \frac{3}{x^2} dx$ , в)  $\int_1^8 \sqrt[3]{x} dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $x = -1$ ,  $x = 2$ , осью  $Ox$  и параболой  $y = 6 + x^2$

Вариант 2.

1. Является ли функция  $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 5x + 2$  первообразной для функции  $f(x) = -x^3 + 5$  на  $\mathbf{R}$ ?

2. Для функции  $f(x) = 5x^4 - 6x$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M(-1; 4)$ .

3. Вычислите интегралы: а)  $\int_{-1}^2 x^2 dx$ , б)  $\int_1^2 \frac{3}{x^3} dx$ , в)  $\int_1^8 \sqrt[3]{x^4} dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 + 1$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$

Вариант 3.

1. Является ли функция  $F(x) = x^2 - x$  первообразной для функции  $f(x) = 2x - 1$  на  $\mathbf{R}$ ?

2. Для функции  $f(x) = -4x^3 - 4$  найдите первообразную, график которой проходит

через точку  $M(2;4)$ .

$$a) \int_{-2}^2 \delta^3 dx; \quad a) \int_1^4 \frac{2}{\delta^2} dx; \quad a) \int_{-1}^8 \sqrt[3]{\delta} dx$$

3. Вычислите интегралы:

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=4x - x^2$ ,  $y=0$

Вариант 4.

$$F(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$$

1. Является ли функция первообразной для

$$f(x) = -\frac{1}{x^3} - \cos x$$

функции на  $\mathbf{R}$ ?

2. Для функции  $f(x) = 3\delta^4 - 6\delta - 1$  найдите первообразную, график которой проходит

через точку  $M(-1;5)$ .

$$a) \int_{-2}^2 \delta^3 dx; \quad a) \int_1^4 \frac{3}{\delta^3} dx; \quad a) \int_{-8}^8 \sqrt[3]{\delta^5} dx$$

3. Вычислите интегралы:

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=6x - x^2$ ,  $y=0$

**Тема 4.9** Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница

**Теоретические вопросы:**

1. Как называют операцию нахождения первообразной для данной функции?

2. Какая из формул является формулой Ньютона - Лейбница?

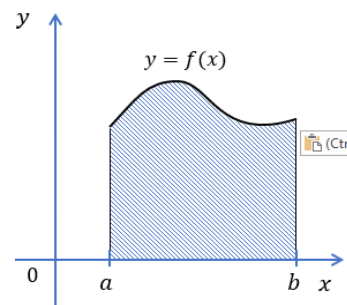
$$1) \int_a^b f(x) dx = \quad 2) \int_a^b f(x) dx = \quad 3) \int_a^b f(x) dx =$$

$$F(b) - F(a);$$

$$F(b) + F(a);$$

$$F(a) - F(b).$$

3. Как называют отрезок  $[a; b]$ ?



1) основание криволинейной трапеции;

2) отрезок криволинейной трапеции;

3) средняя линия криволинейной трапеции.

4. Как называют фигуру, изображённую на рисунке?

5. По какой формуле можно вычислить площадь криволинейной трапеции,

$F(x)$  - любая первообразная функции  $f(x)$ ?

$$1) S = F(b) - F(a); \quad 2) S = F(b) + F(a); \quad 3) S = F(a) - F(b);$$

6. Чему равна площадь фигуры, ограниченной осью  $Ox$  и параболой  $y=1-x^2$ ?

$$1) 1; \quad 2) 1\frac{1}{3}; \quad 3) 2; \quad 4) 2\frac{2}{3}.$$

7. Чему равна площадь фигуры, ограниченной осью  $Ox$  и параболой  $y=4-x^2$ ?

$$1) 10; \quad 2) 10\frac{2}{3}; \quad 3) 21; \quad 4) 21\frac{1}{3}.$$

8. Чему равна площадь криволинейной трапеции, ограниченной  $x=0$ ,  $x=2$ , осью  $Ox$  и графиком функции  $f(x)=x^3+1$ ?

9. Чему равна площадь фигуры, ограниченной прямой  $x=2$ , осью  $Ox$  и графиком функции  $f(x)=x^3$ ?

10. Чему равна площадь фигуры, ограниченной прямой  $x=3$ , осью  $Ox$  и



графиком функции  $y=x^2+2x$ ?

**Практическое занятие №13** Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

**Теоретические вопросы.**

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Геометрический смысл определённого интеграла.
3. По какой формуле вычисляется площадь фигуры, ограниченная линиями?
4. По какой формуле вычисляется объем тела, образованное вращением вокруг оси  $OX$  криволинейной трапеции?
5. По какой формуле вычисляется работа, производимая силой?

Задания по теме:

*Пример1.* Найти объём продукции, произведённой за 4 года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид  $g(t) = (1+t)e^{3t} dt$ .

Решение. Объём произведённой предприятием продукции равен:

$$Q = \int_0^4 (1+t)e^{3t} dt = (1+t) \cdot \frac{1}{3} \cdot e^{3t} \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{1}{3} e^{3t} dt = \frac{1}{3} (5e^{12} - 1) - \frac{1}{9} e^{3t} \Big|_0^4 \approx 2,53 \cdot 10^5 \text{ (всл.ед.)}$$

*Пример2.* Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2, \quad y = 3x + 2.$$

Решение. Построим схематический рисунок (рис. 2). Для построения параболы возьмем несколько точек:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	-2	-1	-1	2	2	7	7	14	14

Для построения прямой достаточно двух точек, например  $(0, 2)$  и  $(-1, -1)$ .

Найдем координаты точек  $M_1$  и  $M_2$  пересечения параболы  $y = x^2 - 2$  и прямой  $y = 3x + 2$ .

Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = 3x + 2. \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2 = 3x + 2, \quad x^2 - 3x - 4 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 4.$$

Тогда  $y_1 = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$ ,  $y_2 = 3 \cdot 4 + 2 = 14$ . Итак,  $M_1(-1, -1)$ ,  $M_2(4, 14)$ .

Площадь полученной фигуры найдем по формуле, в которой

$$f_2(x) = 3x + 2, \quad f_1(x) = x^2 - 2, \quad \text{поскольку } f_2(x) \geq f_1(x) \text{ для всех } x \in [-1, 4].$$

Получим:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^4 (3x + 2 - (x^2 - 2)) dx = \int_{-1}^4 (3x - x^2 + 4) dx = \left( \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-1}^4 = \\ &= \frac{3 \cdot 4^2}{2} - \frac{4^3}{3} + 4 \cdot 4 - \left( \frac{3 \cdot (-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} + 4 \cdot (-1) \right) = 24 - \frac{64}{3} + 16 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} + 4 = \\ &= 44 - \frac{65}{3} - \frac{3}{2} = \frac{125}{6} = 20 \frac{5}{6} \text{ (кв.ед.)} \end{aligned}$$

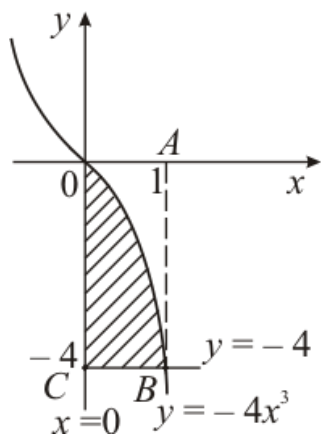


Рис. 3

Пример 3. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями:  $y = -4x^3$ ,  $x = 0$ ,  $y = -4$ .

Решение. Построим криволинейную трапецию, вращением которой получается тело вращения (рис. 3).

Чтобы получить объем тела вращения из объема  $V_1$  тела, полученного вращением фигуры  $OABC$ , вычтем объем  $V_2$  тела, полученного вращением фигуры  $OAB$ . Тогда

искомый объем  $V = V_1 - V_2$ . По формуле  $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$ . Найдем  $V_1$  и  $V_2$ :

$$V_1 = \pi \int_0^1 (-4)^2 dx = \pi 16x \Big|_0^1 = 16\pi \text{ (ед. объема);}$$

$$V_2 = \pi \int_0^1 (-4x^3)^2 dx = 16\pi \int_0^1 x^6 dx = 16\pi \frac{x^7}{7} \Big|_0^1 = \frac{16\pi}{7} \text{ (ед. объема);}$$

$$V = V_1 - V_2 = 16\pi - \frac{16\pi}{7} = \frac{96}{7}\pi \approx 43,085 \text{ (ед. объема).}$$

Пример 4. Найти работу, необходимую для выкачивания воды из бассейна, имеющего форму полуцилиндра, длина которого  $a = 25$  м, а радиус  $R = 20$  м.

Решение. Примем за  $x$  высоту, на которую надо поднять воду, чтобы выкачать ее из бассейна. Разобьем объем бассейна на слои, параллельные поверхности воды, толщина которых  $dx$ , длина  $a$ , ширина  $2\sqrt{R^2 - x^2}$ . Назовем их элементарными слоями.

Объем элементарного слоя, находящегося на глубине  $x$ ,  $dV = 2a\sqrt{R^2 - x^2}dx$ .

Для подъема этого слоя воды на высоту  $x$  необходимо выполнить элементарную работу  $dA = \rho g x dV = 2\rho g a x \sqrt{R^2 - x^2} dx$ , где  $\rho$  – плотность воды.

Значит, вся работа по выкачиванию воды из бассейна

$$A = 2 \rho g \int_0^R x \sqrt{R^2 - x^2} dx = -\rho g \left( \frac{2}{3} (R^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_0^R = \\ = \frac{2}{3} \rho g a R^3 = \frac{2}{3} \rho g 25 \cdot 20^3 = \frac{400\,000}{3} \rho g.$$

Пример 5. Вычислить работу силы  $F$  при сжатии винтовой пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Решение. Так как  $x = 0,01$  м при  $F = 10$  Н, то по закону Гука  $10 = k \cdot 0,01$ , откуда  $k = 1000$  Н/м. Значит  $F = 1000k$ , т.е.  $f(x) = 1000x$ . Искомую работу найдем по формуле  $A = \int_a^b f(x) dx$ , полагая  $a = 0$ ,  $b = 0,04$ ;

$$A = \int_0^{0,04} 1000x \, dx = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 0,8 \text{ Дж.}$$

Пример 6. Найти путь, пройденный материальной точкой за 10 секунд от начала движения со скоростью  $v = 0,1 t^3$  м/с.

Решение.  $S = \int_0^{10} 0,1 t^3 \, dt = 0,1 \frac{t^4}{4} \Big|_0^{10} = 0,1 \frac{10\,000}{4} - 0 = 250 \text{ м.}$

Содержание практической работы.

1. Вычислить определенные интегралы:

а)  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ;      б)  $\int_4^5 (4-x)^3 \, dx$ ;

2. Материальная точка движется по прямой со скоростью, определяемой формулой  $v = v(t)$  (время измеряется в секундах, а скорость в сантиметрах в секунду). Какой путь пройдет точка за 3 секунды, считая от начала движения ( $t = 0$ ) и  $V(t) = 3t^2 - 4t + 1$  ?

3. Вычислите площади фигур, ограниченных линиями:

а)  $x - y + 2 = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$ ;

4 (задание для дополнительного решения). Дан прямолинейный неоднородный стержень, плотность в точке  $x$  определяется по формуле  $\rho = \rho(x)$ . Найдите массу стержня длиной  $L$ , если:  $\rho(x) = x^2 - x + 1$ ,  $L = 6$ .

#### Тема 4.10 Решение задач. Производная и первообразная функции

##### Теоретические вопросы:

1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Табличные интегралы. Непосредственное интегрирование.
4. Интегрирование методом замены переменной ( подстановки). Внесение функции под знак интеграла.
5. Интегрирование по частям.
6. Интегралы, содержащие квадратный трехчлен в знаменателе.
7. Интегрирование рациональных функций. Теорема о разложении правильной рациональной дроби на простейшие.
8. Интегрирование тригонометрических выражений.
9. Интегрирование иррациональных функций.
10. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла.
11. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница (с доказательством).
12. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
13. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл, как функция верхнего предела.

Задания по теме:

Предположим, что наши объекты ограничены линиями:

1. Фонтан  $y = \frac{3}{2}x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  и  $x = 2$

2. Клумба.

$y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  и  $x = 3$ .

3. Клумба

$y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  и  $x = \pi$

4. Детская площадка

$y = -6x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$ .

5. Площадь озеленения.

$y = x^3 + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  и  $x = 2$ .

**Контрольная работа №4** Формулы и правила дифференцирования. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Вычисление первообразной. Применение первообразной

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. Чему равна производная функции  $y=2x^3$ ?

А)  $y' = 5x$ ; Б)  $y' = 6x$ ; В)  $y' = 6$ ; Г)  $y' = 6x^2$ .

2. По какой из формул вычисляется производная частного?

А)  $(u+v)' = u' + v'$ ; Б)  $(uv)' = u'v + uv'$ ; В)  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ; Г)  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) * g'(x)$ .

3. Решите уравнение  $f'(x)=0$ , если  $f(x)=3x^2 - 6x + 4$ . Выберите ответ.

А) 1; Б) -1; В) 4; Г) -4.

4. Общий вид всех первообразных для  $f(x)=\sin x$ ?

А)  $F(x)=\cos x + C$ ; Б)  $F(x)=-\cos x + C$ ; В)  $F(x)=\operatorname{tg} x + C$ ; Г)  $F(x)=-\operatorname{tg} x + C$ .

Вторая часть

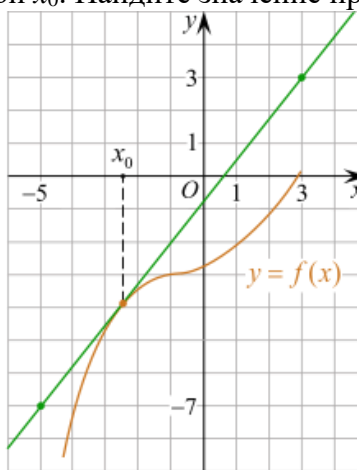
При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

$$x(t) = \frac{1}{4}t^2 + t - 10$$

(где

5. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 5 м/с?

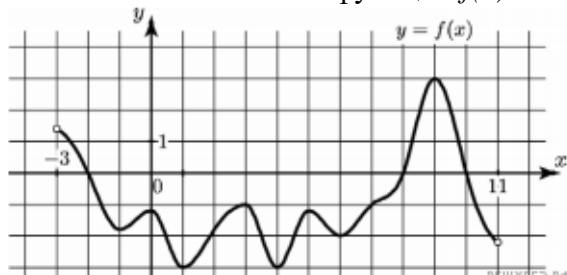
6. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



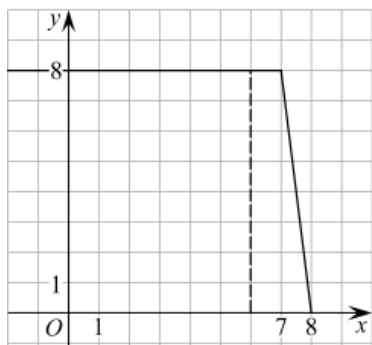
7. Решите неравенство:  $x^2 - 16 < 0$

8. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ .

Найдите наименьшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[2; 9,5]$ .



9. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(6)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



10. Фирме «Дизайн+» выделяют участок земли площадью  $100 \text{ м}^2$ . Предлагают четыре участка разных размеров:  $25 \times 4$ ;  $20 \times 5$ ;  $12,5 \times 8$ ;  $10 \times 10$ . Какой участок одобрит директор фирмы «Дизайн+», учитывая, что необходимо будет поставить забор по периметру?

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Г	В	А	Б	8	1,25	(-4; 4)	-3	12	$10 \times 10$

## Раздел 5. Многогранники и тела вращения

### Тема 5.1 Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения

#### Теоретические вопросы:

- Продолжите определение: «Многогранник – это...».
- Продолжите определение: «Призма – это...».
- Продолжите определение: «Прямоугольный параллелепипед – это...».
- Продолжите определение: «Куб – это...».
- Продолжите определение: «Пирамида – это...».
- Какая призма называется прямой?
- Какая призма называется правильной?
- Раскройте понятие «правильная пирамида».
- Что такое апофема правильной пирамиды?
- В чем отличие полной поверхности призмы от полной поверхности пирамиды?
- Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности прямой призмы.
- Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности правильной пирамиды.
- Сколько оснований имеет призма?
- Как называется призма, у которой боковое ребро перпендикулярно плоскости основания?
- Сколько вершин, ребер, граней имеет шестиугольная призма?
- Какое наименьшее число граней, ребер, вершин может иметь призма?
- Сколько диагоналей можно провести в четырехугольной призме; треугольной призме?
- У какой призмы высота совпадает с боковым ребром?
- Как называется прямая призма, основание которой - квадрат?
- Является ли призма прямой, если две ее смежные боковые грани перпендикулярны к плоскости основания?
- Является ли призма правильной, если все ее ребра равны друг другу?
- Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 1 м, 2 м, 3 м. Найдите площадь его боковой поверхности.
- Какое наименьшее число граней, ребер, вершин может иметь пирамида?
- Высота пирамиды равна 3 см. Чему равно расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания?
- Боковые ребра треугольной пирамиды равны 7 см, 12 см, и 5 см. Одно из них перпендикулярно к плоскости основания. Чему равна высота пирамиды?

26. Основание пирамиды – четырехугольник, все стороны которого равны. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания. Является ли данная пирамида правильной?

27. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно стороне основания. Какие треугольники являются ее гранями?

28. Страна основания правильной четырехугольной пирамиды равно 6см, а боковое ребро – 5см. Найдите: а) апофему; б) площадь боковой поверхности пирамиды.

29. Сделайте рисунок четырехугольной пирамиды, обозначьте ее и запишите: вершину, боковые ребра, основание, боковые грани.

### Тема 5.2 Правильные многогранники в жизни

#### Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте свойство о противолежащих гранях параллелепипеда.
2. Сформулируйте свойство о диагоналях параллелепипеда.
3. Сформулируйте свойство о диагонали и линейных размерах прямоугольного параллелепипеда.
4. Назовите предметы из вашей профессиональной деятельности, которые имеют формы многогранников.

#### Тест:

##### Вариант 1

1. Многогранник – это тело, поверхность которого состоит из:
  - а) параллелограммов
  - б) многоугольников и треугольников
  - в) многоугольников
  - г) многоугольников и параллелограммов
2. Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется
  - а) правильной
  - б) прямой
  - в) наклонной
  - г) перпендикулярной
3. Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий
  - а) любые две вершины многогранника
  - б) две вершины, не принадлежащие одной грани
  - в) две вершины, принадлежащие одной грани
  - г) две вершины, одного основания
4. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна
  - а) произведению периметра основания на длину бокового ребра призмы
  - б) произведению периметра основания на апофему
  - в) произведению длины ребра основания на высоту призмы
  - г) произведению длин ребер основания на высоту призмы
5. Количество ребер шестиугольной призмы
  - а) 18
  - б) 6
  - в) 24
  - г) 12
6. Наименьшее число граней призмы
  - а) 3
  - б) 4
  - в) 5
  - г) 6
7. Параллелепипед – это тело, поверхность которого состоит из:
  - а) параллелограммов

- б) четырех параллелограммов
- в) поверхность, составленная из параллелограмма и четырех треугольников
- г) поверхность, составленная из шести параллелограммов
- 8. Свойство пирамиды: если боковые ребра пирамиды равнонаклонены к основанию, то они равны, а вершина пирамиды проектируется
  - а) в центр окружности, описанной около основания
  - б) в центр окружности, вписанной в основание
  - в) в центр основания
  - г) в одну из вершин основания
- 9. Апофема – это
  - а) высота пирамиды
  - б) высота боковой грани пирамиды;
  - в) высота боковой грани правильной пирамиды
  - г) высота основания пирамиды
- 10. Площадь полной поверхности пирамиды равна
  - а) сумме площади ее боковой поверхности и площади основания
  - б) сумме квадратов трех ее измерений
  - в) сумме площадей двух ее граней
  - г) сумме площади ее боковой поверхности и двух площадей оснований
- 11. Постройте правильную треугольную пирамиду и укажите ее основные элементы.

#### Вариант 2

Поверхность призмы состоит из

- а) двух многоугольников, расположенных в двух равных плоскостях и конечного числа параллелограммов
- б) двух равных многоугольников и конечного числа параллелограммов
- в) двух равных многоугольников, расположенных в двух плоскостях и конечного числа параллелограммов
- г) двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях и конечного числа параллелограммов
- 2. Правильная призма – это
  - а) призма, основанием которой является правильный многоугольник
  - б) призма, основанием которой является равносторонний треугольник
  - в) прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник
  - г) прямая призма, основанием которой является квадрат
- 3. Высотой призмы называется:
  - а) отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани
  - б) отрезок, соединяющий две вершины, принадлежащие одной грани
  - в) расстояние между плоскостями ее оснований
  - г) расстояние между двумя боковыми гранями
- 4. Площадь полной поверхности призмы равна
  - а) сумме площади ее боковой поверхности и двух площадей оснований
  - б) сумме площади ее боковой поверхности и площади основания
  - в) сумме квадратов трех ее измерений
  - г) сумме площадей двух ее граней
- 5. Количество граней шестиугольной призмы
  - а) 6
  - б) 8
  - в) 10
  - г) 12
- 6. Наименьшее число ребер призмы
  - а) 9

- б) 8
- в) 7
- г) 6

7. Выберите верное утверждение

- а) параллелепипед состоит из шести треугольников
- б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку
- в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся

пополам

- г) параллелепипед имеет всего шесть ребер

8. Свойство пирамиды: если две грани пирамиды перпендикулярны основанию,

то их линия пересечения является

- а) высотой пирамиды
- б) апофемой пирамиды
- в) радиусом окружности, описанной около основания
- г) радиусом окружности, вписанной в основание

9. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины,

называется

- а) диагональю
- б) медианой
- в) апофемой
- г) ребром

10. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна

- а) половине произведения периметра основания на апофему
- б) произведению периметра основания на апофему
- в) половине произведения периметра основания на высоту пирамиды
- г) произведению периметра основания на высоту пирамиды

11. Постройте наклонную четырехугольную призму и укажите ее основные

элементы.

Ключ к тесту

Вариант 1	
1.	в
2.	б
3.	б
4.	а
5.	а
6.	в
7.	г
8.	а
9.	в
10.	а

Вариант 2	
1.	г
2.	в
3.	в
4.	а
5.	б
6.	а
7.	в
8.	а
9.	в
10.	а

### Тема 5.3 Цилиндр, конус, шар и их сечения

#### Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Цилиндр – это...».
2. Продолжите определение: «Конус – это...».
3. Продолжите определение: «Усеченный конус – это...».
4. Продолжите определение: «Шар – это...».
5. Что является высотой усеченного конуса?
6. Что является осевым сечением цилиндра, конуса, усеченного конуса, шара?

Задачи по теме:

«Цилиндр»



Вариант 1

1. Отрезок  $AB$  равен 13 см, а точки  $A$  и  $B$  лежат на разных окружностях оснований цилиндра. Найдите расстояние от отрезка  $AB$  до оси цилиндра, если его высота равна 5 см, а радиус основания равен 10 см.
2. Сечением цилиндра плоскостью, параллельной оси, служит квадрат, площадь которого равна  $20 \text{ дм}^2$ . Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если его диагональ равна 10 дм.

Вариант 2

1. Высота цилиндра 16 см, радиус основания 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до этого сечения.
2. Боковая поверхность цилиндра разворачивается в квадрат с диагональю, равной  $2\pi$  см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра

«Конус»

Вариант 1

1. Высота конуса равна  $4\sqrt{3}$  см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.
2. Радиус основания конуса равен  $7\sqrt{2}$  см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

Вариант 2

1. Высота конуса равна  $2\sqrt{5}$  см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.
2. Радиус основания конуса равен  $7\sqrt{2}$  см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

Дополнительная задача: Отрезок  $DE$  – хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на 9 см.  $KO$  – высота конуса, причём  $KO = 3\sqrt{3}$  см. Найдите расстояние от точки  $O$  (центр основания конуса) до плоскости, проходящей через точки  $D$ ,  $E$  и  $K$ .

«Шар и сфера»

Вариант 1

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен 6 см.
2. Сфера проходит через вершины квадрата  $CDEF$ , сторона которого равна 18 см. Найдите расстояние от центра сферы – точки  $O$  до плоскости квадрата, если радиус сферы  $OE$  образует с плоскостью квадрата угол, равный  $30^\circ$ .
3. \*На поверхности шара даны три точки. Прямолинейные расстояния между ними 6 см, 8 см, 10 см. Радиус шара 13 см. Найдите расстояние от центра до плоскости, проходящей через эти три точки.

Вариант 2

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен 7 см.
2. Сфера проходит через вершины квадрата  $MNKL$ , сторона которого равна 24 см. Найдите расстояние от центра сферы – точки  $O$  до плоскости квадрата, если радиус сферы  $OK$  образует с плоскостью квадрата угол, равный  $30^\circ$ .
3. \*Стороны треугольника  $MKN$  касаются шара. Найдите радиус шара, если  $MK = 9$  см,  $MN = 13$  см,  $KN = 14$  см и расстояние от центра шара  $O$  до плоскости  $MNK$  равно  $\sqrt{6}$  см.

«Тела вращения»

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите радиус основания цилиндра.
2. Длина образующей конуса равна  $2\sqrt{3}$  см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен  $120^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.

3. Сечение шара плоскостью имеет площадь  $36\pi$ . Чему равен радиус шара, если сечение удалено от его центра на расстояние 8?

4. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $6\sqrt{\pi}$  дм<sup>2</sup>, а площадь основания цилиндра равна 25 дм<sup>2</sup>. Найдите высоту цилиндра.

5. Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если АВ=8см, ВС=10см, АС=12см и расстояние от центра шара О до плоскости треугольника ABC равно  $\sqrt{2}$  см.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 12 см. Найдите радиус основания цилиндра.

2. Длина образующей конуса равна  $4\sqrt{3}$  см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен  $60^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.

3. Сечение шара плоскостью имеет площадь  $25\pi$ . Чему равен радиус шара, если сечение удалено от его центра на расстояние 12?

4. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $8\sqrt{\pi}$  дм<sup>2</sup>, а площадь основания цилиндра равна 25 дм<sup>2</sup>. Найдите высоту цилиндра.

5. Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если АВ=4см, ВС=5 см, АС=7см и расстояние от центра шара О до плоскости треугольника ABC равно  $\sqrt{2}$  см.

### **Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)**

**Практическое занятие №14** Цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.

Задача 1 Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой  $v=2t + 3t^2$  (м/с). Необходимо найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения.

Задача 2 Найти объем тела вращения вокруг оси  $Ox$ , ограниченной прямыми  $y=0$ ,  $x=0$  и  $y=x^2$ ,  $x=4$ .

3) Вычислить объем дизтоплива в цистерне диаметром 2м и длиной 3м, если она заполнена на  $\frac{2}{3}$  объема.

4) Определить объем кузова автомобиля ГАЗ-53, если его длина 3,8м, ширина – 2,6м, высота бортов 80 см. Как изменится объем кузова, если его борта «нарастить» вдвое?

5) Сколько брезента необходимо для пошива тента для кузова автомобиля формы прямоугольного параллелепипеда, имеющие размеры: 3 х 1,50 х 2 м?

6) Сколько понадобится арматуры для изготовления каркаса кузова для автомобиля КАМАЗ, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями: 2 х 1,5 х 2?

7. Чему равен суммарный рабочий объем в дм<sup>3</sup> 10 цилиндров двигателя ЯМЗ - 740 (КамАЗ), если диаметр одного цилиндра 120 мм., ход поршня 120 мм?

8. Подсчитайте суммарный рабочий объем в дм<sup>3</sup> 6 цилиндров двигателя ЯМЗ- 236, если диаметр цилиндра 130 мм, ход поршня 140 мм?

9. Найдите объем камеры сгорания двигателя автомобиля КРАЗ, если диаметр поршня 100 мм., ход поршня 150 мм?

10. На сколько увеличится объем камеры сгорания двигателя автомобиля ГАЗ -53, если диаметр поршня 10 см., ход поршня 9 см?

11 Размеры кузовов самосвалов МАЗ — 205 и КРАЗ соответственно равны (м): 6,07х2,64х2,44 и 6,72х2,39х2,18.

Какой из них более вместителен?

12 Вычислите полную поверхность клапана двигателя внутреннего сгорания ЯМЗ - 236, если высота его цилиндрической части 30 мм, высота всего клапана 45 мм, диаметр цилиндрической части 10 мм, диаметр тарелки клапана 30 мм.

12. Втулка сепаратора грузового устройства имеет форму цилиндра, высверленного по оси. Внешний диаметр втулки 20 мм, диаметр отверстия 12 мм, длина втулки 100 мм. Найдите площадь диагонального сечения втулки.

**Практическое занятие №15.** Представление об усечённом конусе. Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развёртка цилиндра и конуса  
Задача №1

Втулка сепаратора грузового устройства имеет форму цилиндра, высверленного по оси. Внешний диаметр втулки 20 мм, диаметр отверстия 12 мм, длина втулки 100 мм. Найдите площадь диагонального сечения втулки.

Задача №2

Вычислите полную поверхность клапана двигателя внутреннего сгорания ЯМЗ - 236, если высота его цилиндрической части 30 мм, высота всего клапана 45 мм, диаметр цилиндрической части 10 мм, диаметр тарелки клапана 30 мм.

Задача №3

Найти площадь поверхности, которую нужно очистить при ремонте реакционного котла цилиндрической формы, если длина котла 8 м, а диаметр 3,5 м.

Задача №4

Чему равен суммарный рабочий объем в  $\text{дм}^3$  10 цилиндров двигателя ЯМЗ - 740 (КамАЗ), если диаметр одного цилиндра 120 мм, ход поршня 120 мм?

Задача №5

Подсчитайте суммарный рабочий объем в  $\text{дм}^3$  6 цилиндров двигателя ЯМЗ- 236, если диаметр цилиндра 130 мм, ход поршня 140 мм?

Задача №6

Найдите объем камеры сгорания двигателя автомобиля КРАЗ, если диаметр поршня 100 мм, ход поршня 150 мм?

Тема: «Многогранники»

Задача №7

Размеры кузовов самосвалов МАЗ -205 и КРАЗ соответственно равны (м):

6,07x2,64x2,44

6,72x2,39x2,18

Какой из них более вместителен?

Задача 7 Кузов тракторного прицепа имеет форму усеченной пирамиды и размеры: вверху 3,5 м x 2,6 м, внизу 2,9 м x 1,1 м. Найдите вместимость, если высота прицепа 1,2 м.

Задача 8 На цилиндрический барабан подъемной машины, диаметр которого 750 мм, а ширина 350 мм, наматывается стальной трос толщиной 20 мм. Сколько метров каната помещается в один ряд на поверхности барабана?

**Тема 5.4** Объемы и площади поверхностей тел

**Теоретические вопросы:**

1. Перечислите единицы измерения площади, объема.
2. Чему равно отношение площадей поверхностей подобных фигур в пространстве?
3. Чему равно отношение объемов подобных фигур в пространстве?
4. Назовите предметы из вашей профессиональной деятельности, которые имеют формы тел вращения.

**Тема 5.5** Примеры симметрий в профессии

**Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)**

**Практическое занятие №16** Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Обобщение представлений о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

## Задание 1

*Пояснение:*

*Вид сверху и вид спереди различных видов транспорта обладает либо центральной, либо осевой симметрией.*

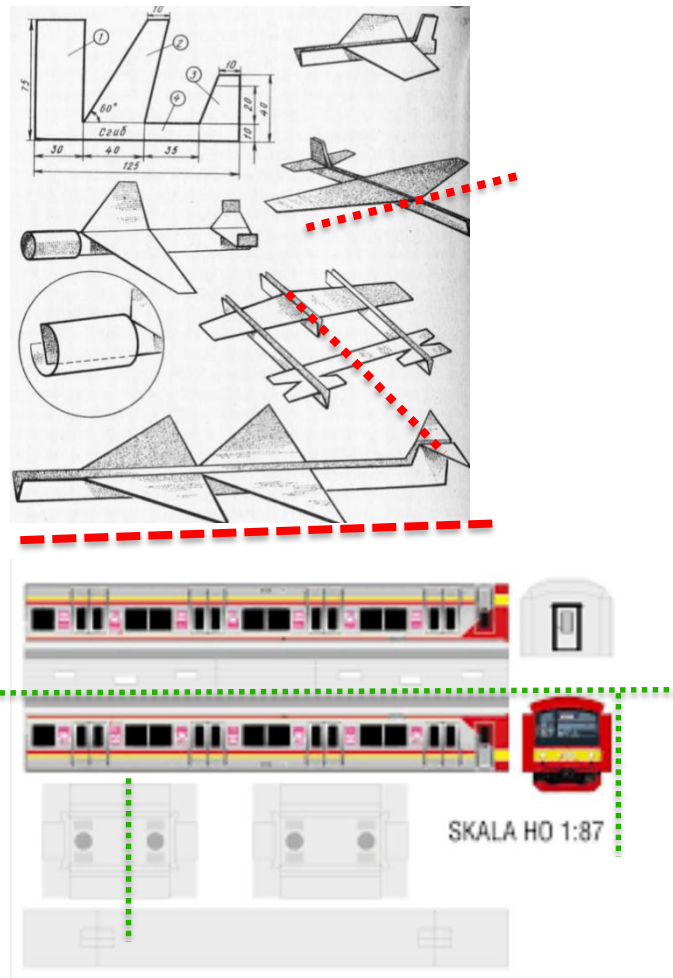
*Для наземного вида транспорта в большей степени характерна осевая симметрия.*

*Центральная симметрия чаще встречается в форме воздушного и подводного транспорта, для которого направления: вправо, влево, вперед, назад, – равноценны.*

**Задание:**

Создать модели транспорта с использованием любого вида симметрии. Транспорт может быть как настоящий, так и предполагаемая модель будущего.

(Возможный вариант выполнения задания)



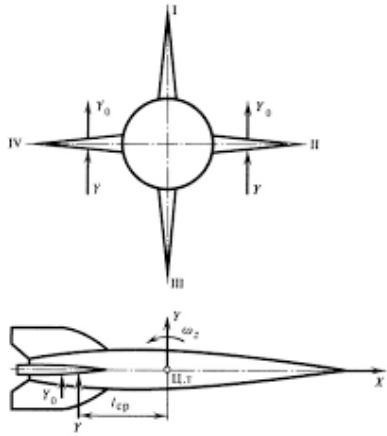
## **Практическое занятие №17** Примеры симметрий в профессии

**Задание.**

1. Определить на каких картинках встречается симметрия?
  2. Какой вид симметрии?
  3. Определить, какие многогранники и тела вращения встречаются на рисунке?
  4. Обозначьте симметрию пунктирной линией.
  5. Сделайте вывод
- Обозначьте симметрию пунктирной линией.
1. Есть симметрия/Нет симметрии
  2. Вид симметрии(центральная, осевая, зеркальная)
  3. Какие многогранники (тела вращения) встречаются на рисунке?









Вывод: \_\_\_\_\_

### Тема 5.6 Решение задач. Многогранники и тела Вращения

Задачи по теме:

1. В цилиндре, длина окружности основания которого составляет 8л см, а высота равна 6 см, найдите: а) радиус основания цилиндра; б) площадь основания цилиндра; в) площадь боковой поверхности цилиндра; г) площадь полной поверхности цилиндра; д) площадь осевого сечения цилиндра; е) площадь сечения, удаленного на расстоянии 3 см о оси цилиндра.
2. Квадрат со стороной 2 см вращается вокруг прямой, содержащей одну из его сторон. Найдите поверхность полученного тела вращения.
3. Прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см свернули в цилиндр высотой 6 см. Найдите радиус основания цилиндра.
4. Радиус круга, лежащего в основании конуса, равен 3 дм, угол между образующей и основанием составляет 30°. Найдите: а) образующую конуса; б) высоту конуса; в) площадь боковой



поверхности конуса; г) площадь полной поверхности конуса; д) площадь осевого сечения конуса; е) площадь сечения, проходящего через середину высоты, параллельно основанию конуса; ж) площадь сечения, проходящего через две образующие конуса, угол между которыми составляет  $60^\circ$ .

5. Прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см вращают вокруг меньшего катета. Найдите площадь поверхности полученного тела.

6. Полукруг радиуса 10 см свернули в конус. Определите высоту и радиус основания конуса

7. Осевое сечение усеченного конуса – равнобедренная трапеция с основаниями  $6\sqrt{3}$  см и  $10\sqrt{3}$  см и углом  $30^\circ$ . Найдите площадь поверхности усеченного конуса.

8. Плоскость  $\alpha$  пересекает шар на расстоянии 8 см от его центра O. Радиус шара равен 10 см. Найдите: а) радиус круга, полученного сечения; б) длину окружности сечения; в) площадь сферы.

9. Высота цилиндра равна 3, а радиус основания равен 13.

а) Постройте сечение цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, так, чтобы площадь этого сечения равнялась 72.

б) Найдите расстояние от плоскости сечения до центра основания цилиндра

### **Практическое занятие №18** Объемы и площади поверхности многогранников

Задача 1. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 3 см, 4 см, 5 см.

Задача 2. Сколько нужно рабочих для переноса дубовой балки размером 6,5 м x 30 см x 45 дм? Каждый рабочий может поднять в среднем 80 кг. Плотность дуба  $800 \text{ кг/см}^3$ .

Задача 3. Масса чугунной пирамиды с квадратным основанием равна 540 г, высота равна 6 см. Вычислите длину стороны основания. Плотность чугуна  $7,5 \text{ г/см}^3$ .

Задача 4. Одно из самых грандиозных сооружений древности – пирамида Хеопса – имеет форму правильной четырехугольной пирамиды с высотой 150 м и боковым ребром 220 м. Найдите объем пирамиды.

Задача 5. Вычислите вместимость ведра, имеющего форму усеченного конуса, если диаметр дна равен 18 см, диаметр отверстия 35 см, а глубина 38,5 см.

Задача 6 Диаметр свинцового шара равен 30 см. Сколько шариков, диаметром 3 см, можно сделать из этого свинца?

### **Практическое занятие №19** Объемы и площади поверхности тел вращения

#### Вариант 1

1. Найти объем треугольной призмы если известно, что площадь основания  $24 \text{ см}^2$ , а высота 8 см.

2. Высота ребра треугольной призмы равна 15 см, основание призмы есть произвольный треугольник, высота треугольника 4 см, а нижнее основание треугольника 8 см. Найти объем призмы.

3. Образующая конуса равно 10 см, а высота конуса 6. Найти объем конуса.

4. Объем первого цилиндра равен  $16 \text{ м}^2$ . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого. Найти объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

5. Во сколько раз увеличиться объем шара, если его радиус увеличить в

#### Вариант 2

1. Найти объем треугольной призмы если известно, что площадь основания 26 см, а высота 10 см.

2. Высота ребра треугольной призмы равна 20 см, основание призмы есть произвольный треугольник, высота треугольника 3 см, а нижнее основание треугольника 6 см. Найти объем призмы.

3. Образующая конуса равно 13 см, а высота 5. Найти объем конуса.

4. Объем первого цилиндра равен  $12 \text{ м}^2$ . У второго цилиндра высота в четыре раза меньше, а радиус основания в два раза больше, чем у первого. Найти объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

5. Во сколько раз увеличиться

четыре раза

6. Дана правильная шестиугольная призма  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 18, а боковое ребро равно 10. Найдите объем многогранника с вершинами в точках  $AB_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ .

7. Найдите объем части цилиндра, если часть основания образует угол  $60^\circ$ , высота цилиндра 1, а радиус основания 18. Ответ укажите деленный на  $\pi$ .

объем шара, если его радиус увеличить в 5 раз.

6. Дана правильная шестиугольная призма  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 24, а боковое ребро равно 12. Найдите объем многогранника с вершинами в точках  $AB_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ .

7. Найдите объем части цилиндра, если часть основания образует угол  $180^\circ$ , высота цилиндра 9, а радиус основания 3. Ответ укажите деленный на  $\pi$ .

Ключ ответов:

1.  $192 \text{ см}^3$
2.  $240 \text{ см}^3$
3.  $128\pi$
4.  $12\text{м}^3$
5. 64 раза
6. 50
7. 54

1.  $260 \text{ см}^3$
2.  $180 \text{ см}^3$
3.  $240\pi$
4.  $6\text{м}^3$
5. 125 раз
6. 80
7. 40,5

### Контрольная работа № 5 Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. В каких единицах измеряется объем многогранника?

А) в метрах; Б) в кубических метрах; В) в квадратных метрах; Г) в двугранных градусах.

2. Площадь полной поверхности призмы вычисляется по формуле:

А)  $S = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}}$ ; Б)  $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$ ; В)  $S = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$ ; Г)  $S_{\text{бок}} = 2P_{\text{осн}} \cdot H$ .

3. Что является осевым сечением конуса?

А) равнобедренный треугольник; Б) равнобедренная трапеция; В) прямоугольник; Г) прямоугольная трапеция.

4. Какая фигура получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из своих катетов?

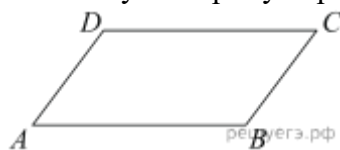
А) конус; Б) усеченный конус; В) пирамида; Г) усеченная пирамида.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Ребро основания правильной треугольной пирамиды 3 м, апофема 6 м. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

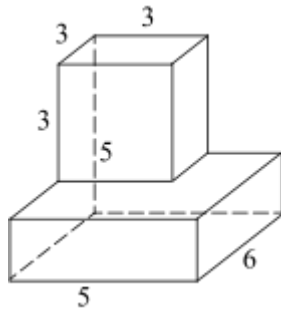
6. Две стороны параллелограмма относятся как 3:17, а периметр его равен 40. Найдите большую сторону параллелограмма.



7. Прямоугольник со сторонами 8 см и 3 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объем, площади боковой и полной поверхностей полученного тела.

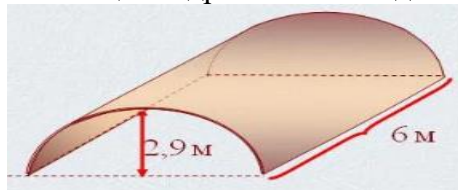
8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы

прямые).



9. Клиенту необходимо, чтобы в комнате обязательно присутствовали объемные элементы декора цилиндрической формы. Построить из бумаги модель цилиндра. Размеры для построения выбрать самостоятельно, с учетом того, что соотношение радиуса к высоте должно быть 1:2.

10. Рассчитать количество 2-х килограммовых банок краски нужно купить для окрашивания цилиндрического свода подвала. Расход краски 100 г на 1 м<sup>2</sup>. Считать  $\pi=3$ .



**Эталоны ответов:**

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	А	А	А	27	17	72 $\pi$ ; 48 $\pi$ ; 64 $\pi$	87	-	3

**Раздел 6. Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая Функции**

**Тема 6.1** Степенная функция, ее свойства. Преобразование выражений с корнями n-ой степени

**Теоретические вопросы:**

1. Сформулируйте определение степенной функции.
2. Перечислите свойства степенной функции
3. Сформулируйте определение показательной функции.
4. Перечислите свойства показательной функции

**Практическое занятие №20** Преобразование иррациональных выражений

Вариант 1

1. Вычислите а)  $\sqrt[3]{-125}$ ; б)  $32^{\frac{2}{5}}$ ; в)  $3^{-4}$ .

$$а) c^{\frac{7}{8}} \cdot c^{\frac{3}{4}}; \quad б) \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

2. Упростите выражение:

3. Вынесите множитель из под знака корня:  $\sqrt[5]{64a^7b^5c^6}$ .

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^{\frac{5}{3}}$ :  
а) на отрезке  $[0;8]$ ; б) на луче  $[1;9)$ .

5. Представьте выражение в виде степени:  $\sqrt{\frac{m}{n}} \sqrt[3]{\frac{n}{m}}$ .

Вариант 2

1. Вычислите а)  $\sqrt[4]{81}$ ; б)  $16^{-\frac{1}{2}}$ ; в)  $5^{-3}$ .
- а)  $y^{\frac{5}{7}} : y^{\frac{3}{14}}$ ; б)  $\left(a^{\frac{5}{3}}\right)^{-0,9}$ .
2. Упростите выражение:
3. Вынесите множитель из под знака корня:  $\sqrt[3]{27a^4b^3c^6}$ .
4. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2 + 4x} = \sqrt{14 - x}$ .

Представьте выражение в виде степени:  $\sqrt{\frac{x}{y}} \sqrt{\frac{y}{x}}$ .

**Тема 6.2** Свойства степени с рациональным и действительным показателями

**Тест по теме:**

1. Установите с помощью стрелок соответствие между числами и арифметическими квадратными корнями из этих чисел:

- |         |        |
|---------|--------|
| А) 64   | 1) 0   |
| Б) 0,25 | 2) 8   |
| В) 1    | 3) 1   |
| Г) 0    | 4) 0,5 |

2. Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа. Какое из равенств является верным:

- А)  $(\sqrt{a^2})^2 = a$   
 Б)  $\sqrt{a} = a^2$   
 В)  $\sqrt{a} = a^{1/2}$   
 Г)  $\sqrt{a} = a$

3. Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа.

Иррациональным является число:

- А)  $\sqrt{64}$   
 Б) -81  
 В) 0,65  
 Г)  $\sqrt{7}$

4. Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа. Какое уравнение не имеет решений :

- А)  $x^2 = 8$   
 Б)  $x^2 = 0$   
 В)  $x^2 = -64$   
 Г)  $x^2 = 81$

**Тема 6.3** Решение иррациональных уравнений

**Теоретические вопросы:**

1. Между какими соседними целыми числами расположено число  $\sqrt[3]{-19}$  ?
2. Определите знак разности  $\sqrt[3]{15} - \sqrt[4]{90}$ .
3. Постройте график функции  $y = \sqrt{x} + 2$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[6]{3x - 9}$ .

5. Вычислите

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9} - \frac{\sqrt[5]{-64}}{\sqrt[5]{-2}}.$$

6. Вынесите множитель из-под знака корня, считая, что переменные могут принимать как положительные, так и отрицательные значения:

$$\frac{3}{4a^2} \sqrt[4]{256a^7b^3}.$$

7. Расположите числа в порядке возрастания:

$$3; \sqrt[5]{40} \text{ и } \sqrt[3]{7}.$$

8. Упростите выражение

$$(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})^2 - (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})^2.$$

9. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x^{\frac{5}{2}}$  на отрезке  $[1;2]$

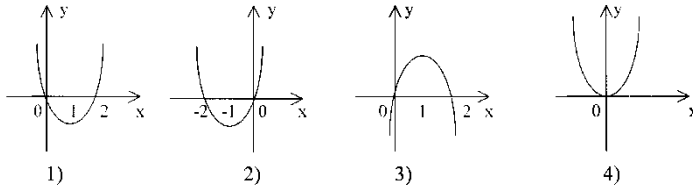
**Тема 6.4** Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства

1. Функция задана формулой  $f(x) = 1/x^3 - 1$ .

Найдите ее область определения.

2. Назовите, какую особенность имеет график убывающей функции.

3. Определите, какой из указанных графиков является графиком функции  $y = x^2 + 2x$ .



**Практическое занятие №22** Решение показательных неравенств

Вариант 1

1. В одной системе координат схематично изобразите графики функций:  $y = 4^x$  и  $y =$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x$$

2. Исследуйте функцию на монотонность:  $y = 12^{-x}$

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения заданной функции на заданном промежутке:

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, [-4; -2]$$

4. Постройте график функции  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$

5. Решите уравнение:  $2^{3x} = 128$ .

Вариант 2

1. В одной системе координат схематично изобразите графики функций:  $y = 3^x$  и  $y =$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x.$$

2. Исследуйте функцию на монотонность:  $y = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x}$ .

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения заданной функции на заданном промежутке:

$$y = 3^x, [-3; 1].$$

4. Постройте график функции  $y = 4^x - 1$

5. Решите уравнение:  $3^{2x} = \frac{1}{27}$

**Практическое занятие №21** Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{x+2} = 1;$

б)  $\sqrt{3+x} + x = 3.$

2. Решите уравнение:
  - а)  $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$ ;
  - б)  $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$ ;
  - в)  $4^x - 5 \cdot 2^x = 24$ .
3. Решите неравенство:
  - а)  $0,2^{3x-4} > 1$ ;
  - б)  $5^{2x-1} > 125$ ;
  - в)  $0,7^x \leq 2 \frac{2}{49}$ .

Вариант 2

1. Решите уравнение:
  - а)  $\sqrt{x-1} = 2$ ;
  - б)  $2 + \sqrt{2x-1} = x$ .
2. Решите уравнение:
  - а)  $6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$ ;
  - б)  $9^x - 6 \cdot 3^x + 27 = 0$ ;
  - в)  $4^x - 5 \cdot 2^x = -4$ .
3. Решите неравенство:
  - а)  $2^{3x-4} < 8$ ;
  - б)  $0,4^{2x-1} < 1$ ;
  - в)  $0,9^x \geq 1 \frac{19}{81}$ .

**Тема 6.5** Логарифм числа. Свойства логарифмов

**Теоретические вопросы:**

1. Сформулируйте определение логарифмической функции.
2. Перечислите свойства логарифмической функции.
3. Продолжите определение: «Логарифм – это...».
4. Чему равен логарифм произведения?
5. Чему равен логарифм частного?
6. Вычислите: а)  $\log_2 2^4 \cdot \log_5 5^2$  ;  
б)  $\log_3 \frac{1}{27}$ .

2. Расположите числа в порядке возрастания:

$$\log_2 0,7; \log_2 2,6; \log_2 0,1; \log_2 \frac{1}{6}; \log_2 3,7.$$

3. Найдите область определения функции

$$y = \log_9(8x + 9).$$

4. Исследуйте функцию на монотонность:  $y = \log_{2,6} x$ .

5. Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x + 5) - 2x + 9$

**Тема 6.6** Логарифмическая функция, ее свойства. Логарифмические уравнения, неравенства

**Теоретические вопросы:**

1. На что стоит обратить внимание при решении логарифмических и иррациональных, дробно-рациональных уравнений и неравенств?

2. В чем заключается графический способ решения уравнений.

3. Вычислите: а)  $\log_8 8^{-3} \cdot \log_6 6^2$  ; б)  $\log_{\frac{1}{3}} 81$ .

2. Расположите числа в порядке возрастания:

$$\log_{0,3} 17; \log_{0,3} 2,7; \log_{0,3} \frac{1}{2}; \log_{0,3} 3; \log_{0,3} \frac{2}{3}.$$

3. Найдите область определения функции  $y = \log_6(4x - 1)$ .

4. Исследуйте функцию на монотонность:  $y = \log_{\frac{3}{4}} x$ .

5. Найдите точку минимума функции  $y = 2x - \ln(x + 3) + 7$

**Практическое занятие №23** Три основных метода решения логарифмических

уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

- а)  $\log_4(5x + 1) = 2$ ;
- б)  $\lg(2x - 1) = \lg(x + 1)$ ;
- в)  $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0$ .

Вариант 2

1. Решите уравнение:

- а)  $\log_2(5x - 1) = 3$ ;
- б)  $\lg(x + 5) = \lg(5x + 1)$ ;
- в)  $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0$ .

**Практическое занятие №24** Логарифмические неравенства

Вариант 1

Решите неравенство:

- г)  $\log_3 x > 1$ ;
- д)  $\log_2(2x + 1) \leq \log_2(x + 4)$ ;
- е)  $\log_3(x + 3) \geq 1 + \log_3(x - 1)$ ;
- ж)  $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 5) \geq -3$ .

Вариант 2

1. Решите неравенство:

- a.  $\log_4 x \leq 1$ ;
- b.  $\log_5(3x + 1) < \log_5(x + 3)$ ;
- c.  $\log_2(x + 2) \geq 1 + \log_2(x - 1)$ ;
- d.  $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 4) \geq -2$ .

**Тема 6.7** Логарифмы в природе и технике

**Теоретические вопросы:**

1. Как возникли логарифмы?
2. В каких сферах жизнедеятельности человека применяются логарифмы?
3. Где в природе встречаются логарифмы?
4. Приведите примеры логарифмической спирали в природе и в окружающем мире.

**Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)**

**Практическое занятие № 25** Применение логарифма.

1. Давление в населенном пункте Логистиновка на 15 ноября 2022 равно 738 мм.рт.ст. Необходимо определить, на какой высоте находится данный населенный пункт.
2. Количество автомобилей в городе возрастает ежегодно на 3%. Через сколько лет количество автомобилей в этом городе увеличится в 1,5 раза?
3. Какова была численность населения города 10 лет тому назад, если в настоящее время в городе проживает 300 тыс. человек, а ежегодный прирост составляет 3,5%?

**Практическое занятие № 26** Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства

Зачем на двигателях самолетов рисуют белые спирали?

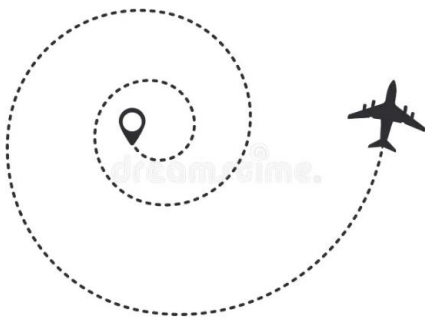


### Спираль на двигателе самолета

На колпаке, прикрывающем крепление лопастей двигателя самолета, ведущие производители мира рисуют белую спираль.

При вращении она за счет визуальной иллюзии превращается в мерцающую белую точку или такую же мигающую гипнотическую спираль в зависимости от скорости.

### Задание 2



Спираль — фигура пилотажа, в процессе выполнения которой летательный аппарат движется с разворотом в горизонтальной плоскости выдерживая постоянный угол наклона траектории. В результате на выбранных углах атаки траектория его движения напоминает спираль, которая может быть реализована с набором высоты если угол наклона траектории больше нуля или со снижением, когда угол наклона траектории меньше нуля. Первый случай носит название восходящей спирали, второй — нисходящей. Манёвр, выполняемый с креном до  $45^\circ$  носит название мелкой спирали, а с креном более  $45^\circ$  — глубокой

Иными словами, при выполнении восходящей спирали самолёт, двигаясь в режиме установившегося подъёма, разворачивается в горизонтальной плоскости с постоянным радиусом кривизны. Такая фигура применяется для набора высоты в ограниченном пространстве. В чистом виде восходящая спираль используется для набора высоты в пилотажной зоне при проведении тренировок и соревнований по самолётному спорту.

Нисходящая спираль выполняется аналогично в режиме установившегося снижения и применяется для потери высоты в ограниченном районе. Обычно её осуществляют с задресселированным двигателем.



Ниже показано, что при обычном предположении о независимости коэффициентов аэродинамических сил от угловых скоростей самолета уравнения установившегося движения самолета по спирали приводятся к трем уравнениям моментов при произвольном угле наклона траектории.

1. Рассмотрим общие уравнения движения самолета:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{\tilde{d}V}{dt} + m [\omega, V] &= R + mg, \\ \frac{\tilde{d}K}{dt} + [\omega, K] &= M. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Здесь  $m$  — масса самолета;  $V$ ,  $\omega$  — скорость центра масс и угловая скорость вращения самолета относительно Земли;  $K$  — кинетический момент самолета);  $g$  — гравитационное ускорение;  $R$ ,  $M$  — главный вектор и главный момент внешних сил (аэродинамических и реактивных);  $\frac{\tilde{d}}{dt}$  — производная вектора во вращающейся системе координат, связанной с самолетом.

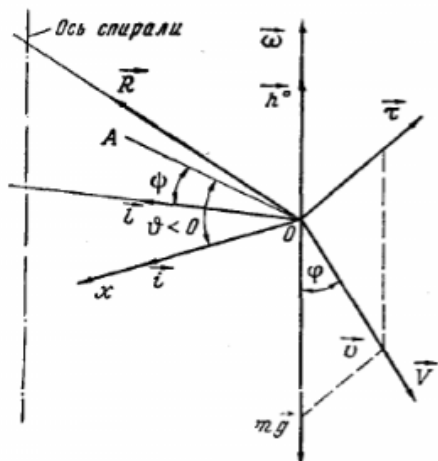


Рис. 1

Задачу об установившемся движении самолета по спирали будем рассматривать в предположении, что вектор  $\omega$  совпадает с местной вертикалью (рис. 1). Хотя из-за переменной плотности воздуха движение не является строго установившимся, для расчета балансировки самолета будем полагать

$$\frac{\tilde{d}V}{dt} = \frac{\tilde{d}K}{dt} = 0. \quad (1.2)$$

Введем следующие величины:

— безразмерный главный вектор внешних сил  $c_R$

$$c_R = \frac{R}{\frac{\rho V^2}{2} S}, \quad (1.3)$$

где  $\rho$  — плотность воздуха,  $S$  — характерная площадь самолета;

— безразмерный главный момент внешних сил  $m_R$

$$m_R = \frac{M}{\frac{\rho V^2}{2} S l}, \quad (1.4)$$

где  $l$  — характерный линейный размер самолета;

— безразмерный кинетический момент самолета  $k$

$$k = \frac{c_{y.g.p.}}{m l^2 \omega} K, \quad (1.5)$$

где  $c_{y.g.p.}$  — коэффициент подъемной силы в горизонтальном полете

$$c_{y.g.p.} = \frac{2mg}{\rho V^2 S}; \quad (1.6)$$

— орт скорости центра масс  $v$

$$v = V/V; \quad (1.7)$$

— орт местной вертикали  $h^0$ , направленный вверх,

$$\mathbf{h}^0 = -\mathbf{g}/g; \quad (1.8)$$

— безразмерный вектор  $\mathbf{h}$

$$\mathbf{h} = c_{y \text{ r. n}} \mathbf{h}^0; \quad (1.9)$$

— относительную плотность самолета  $\mu$

$$\mu = \frac{2m}{\rho S l}; \quad (1.10)$$

— параметр  $n_\Phi$ , определенный соотношением

$$n_\Phi = \frac{\omega V}{g}. \quad (1.11)$$

Величина  $\omega V$  численно равна центростремительному ускорению, которое реализовалось бы на вираже самолета при скорости  $V$  и угловой скорости  $\omega$ . Учитывая, что при движении по спирали такая величина центростремительного ускорения никогда не может быть достигнута (поскольку окруженная скорость всегда меньше  $V$ ), а также то, что отношение  $\frac{\omega V}{g}$  имеет размерность перегрузки, в дальнейшем будем называть величину  $n_\Phi$  фиктивной перегрузкой.

Величину  $\omega$  будем считать положительной для левых и отрицательной для правых спиралей. Если учесть, что при движении по спирали вектор  $\omega$  коллинеарен вектору  $\mathbf{h}^0$ , то при таком определении знака величины  $\omega$  можно записать

$$\omega = \omega \mathbf{h}^0. \quad (1.12)$$

Тогда уравнения движения самолета по спирали, получающиеся из (1.1) при условии (1.2), с учетом (1.3)—(1.12), можно представить в следующей безразмерной форме:

$$n_\Phi [\mathbf{h}, \mathbf{v}] = c_R - \mathbf{h}, \quad (1.13)$$

$$\mu \mathbf{m}_R - n_\Phi^2 [\mathbf{h}, \mathbf{k}] = 0. \quad (1.14)$$

2. Рассмотрим общие выражения для векторных величин, входящих в (1.13) и (1.14). Для  $c_R$  и  $\mathbf{m}_R$  имеем соотношения

$$\left. \begin{aligned} c_R &= c_R(\vartheta, \bar{\omega}, \bar{\xi}, V), \\ \mathbf{m}_R &= \mathbf{m}_R(\vartheta, \bar{\omega}, \bar{\xi}, V). \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где

$$\bar{\xi} = \bar{\xi}(\delta_\alpha, \delta_n, \delta_v), \quad (2.2)$$

$\delta_\alpha, \delta_n, \delta_v$  — углы отклонения органов управления: элеронов, руля направления, руля высоты;  $\bar{\omega}$  — безразмерная угловая скорость самолета

$$\bar{\omega} = \frac{l}{V} \omega. \quad (2.3)$$

Величины  $\bar{\omega}$  и  $V$  определяются формулами

$$\bar{\omega} = \frac{n_\Phi}{\mu} \mathbf{h}, \quad (2.4)$$

$$V = \left( \frac{\mu g l}{h} \right)^{1/2}, \quad (2.5)$$

которые следуют из (1.6), (1.9)—(1.12) и (2.3) и условия, что  $\mathbf{h}^0$  — единичный вектор.

Заметим, что для режимов штопора явная зависимость  $c_R$  и  $m_R$  от  $V$  нехарактерна; она появляется в тех случаях, когда либо рассматривается полет с работающим двигателем, либо когда аэродинамические коэффициенты зависят от числа  $M$  или скоростного напора из-за влияния упругости конструкции самолета.

Компоненты единичного вектора  $\mathbf{v}$  в связанной системе координат самолета определяются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \cos \alpha \cos \beta, \\ v_y &= -\sin \alpha \cos \beta, \\ v_z &= \sin \beta, \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

где  $\alpha$  — угол атаки,  $\beta$  — угол скольжения.

Вектор  $\delta$  (2.2) можно представить в виде суммы двух векторов: некоторого постоянного вектора  $\delta_0$ , определяемого положением рычагов управления самолетом, и вектора  $\delta_a$ , определяемого системой улучшения устойчивости и управляемости,

$$\delta = \delta_0 + \delta_a, \quad (2.7)$$

причем для установившегося движения в общем случае

$$\delta_a = \delta_a(\omega, n_R, \alpha, \beta), \quad (2.8)$$

где  $n_R$  — вектор перегрузки,

$$n_R = \frac{c_R}{c_{y \text{ г.п}}} = \frac{c_R}{h}. \quad (2.9)$$

Величину  $\omega$  можно определить по формуле

$$\omega = \left( \frac{g}{\mu l h \nu} \right)^{1/2} n_\phi h, \quad (2.10)$$

которая следует из (2.3) — (2.5).

Компоненты вектора  $\mathbf{k}$  в связанной системе координат самолета определяются соотношениями

$$\left. \begin{aligned} k_x &= i_x h_x - i_{xy} h_y - i_{xz} h_z, \\ k_y &= -i_{xy} h_x + i_y h_y - i_{yz} h_z, \\ k_z &= -i_{xz} h_x - i_{yz} h_y + i_z h_z, \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

где  $i_x, \dots, i_z$  — безразмерные моменты инерции самолета (отнесенные к  $ml^2$ :  $i_x = \frac{J_x}{ml^2}$  и т. д.).

Считая величину  $\mu$  параметром, получаем, учитывая (2.1) — (2.11), что шесть скалярных уравнений, соответствующих (1.13) и (1.14), содержат десять переменных: угол атаки  $\alpha$ , угол скольжения  $\beta$ , фиктивную перегрузку  $n_\phi$ , три компонента вектора  $\mathbf{h}$ , три компонента вектора  $\delta_0$  и коэффициент тяги  $c_p$  (см. ниже), направление которой считается заданным. Следовательно, четыре величины должны быть заданы. Их выбор зависит от рассматриваемой задачи. Например, для установившегося штопора

$$\delta_0 = \text{const}, \quad c_p = 0.$$

При учете гироскопического момента двигателя  $\mathbf{M}_r = [\mathbf{K}_{\text{дв}}, \omega]$ , где  $\mathbf{K}_{\text{дв}}$  — кинетический момент вращающихся частей двигателя, левую часть уравнения (1.14) необходимо дополнить членом  $\left( \frac{\mu h}{g} \right)^{1/2} \frac{n_\phi}{ml^{2/3}} [\mathbf{K}_{\text{дв}}, \mathbf{h}]$ . Эта добавка не изменяет общей структуры уравнений (1.13) и (1.14).

3. Назовем приведенными уравнениями моментов уравнения, которые получаются из (1.14) в результате исключения вектора  $\mathbf{h}$ . С целью определения вектора  $\mathbf{h}$  рассмотрим скалярные уравнения равновесия сил. Умножая равенство (1.13) скалярно на  $\mathbf{v}$  и на  $\mathbf{h}$ , получим

$$(\mathbf{h}, \mathbf{v}) = (c_R, \mathbf{v}), \quad (3.1)$$

$$(\mathbf{h}, c_R) = h^2. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.1) и (3.2) представляют собой условия равновесия сил по касательной к траектории полета самолета и по вертикали соответственно. Возведя в квадрат обе части равенства (1.13), получим после преобразований

$$n_\Phi^2 [h^2 - (c_R, \mathbf{v})^2] = c_R^2 - h^2. \quad (3.3)$$

Можно показать, что соотношение (3.3) представляет собой условие равновесия сил в проекциях на радиус-вектор спирали. Хотя в итоге необходимо найти направляющие косинусы вектора  $\mathbf{h}$  в связанной системе координат самолета, уравнения (3.1)–(3.3) в развернутой форме удобно записать для скоростной системы координат  $Ox_a y_a z_a$ . Принимая, что

$$c_R \{c_{x_a}, c_{y_a}, c_{z_a}\}, \quad (3.4)$$

и имея в виду, что для скоростной системы координат  $\mathbf{v} \{1, 0, 0\}$ , получим из (3.1)–(3.3) после преобразований

$$h_{x_a} = c_{x_a}, \quad (3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{y_a} \cos \lambda + h_{z_a} \sin \lambda - p &= 0, \\ h_{y_a}^2 + h_{z_a}^2 &= r^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \cos \lambda &= \frac{c_{y_a}}{\sqrt{c_{y_a}^2 + c_{z_a}^2}}, \quad \sin \lambda = \frac{c_{z_a}}{\sqrt{c_{y_a}^2 + c_{z_a}^2}}, \\ p &= \frac{\sqrt{c_{y_a}^2 + c_{z_a}^2}}{1 + n_\Phi^2} = \frac{c_{y_{г.п}} \sin \varphi}{\sqrt{1 + n_\Phi^2}}, \\ r^2 &= \frac{c_{y_a}^2 + c_{z_a}^2}{1 + n_\Phi^2} = c_{y_{г.п}}^2 \sin^2 \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

$\varphi$  — угол между вертикалью и скоростью центра масс самолета,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{\sigma}$  (см. рис. 1).

Рассмотрим вначале случай, когда  $c_R$  не зависит от  $V$  и  $\omega$ . Если  $\delta$  (2.7) зависит от  $\omega$  [см. (2.8)], это означает, что можно не учитывать и зависимость коэффициентов сил от углов отклонения органов управления. В этом случае  $\lambda$ ,  $p$  и  $r$  не содержат компонентов вектора  $\mathbf{h}$  и в декартовой прямоугольной системе координат  $O h_{y_a} h_{z_a}$  (рис. 2) первое уравнение (3.6) дает прямую, расстояние до которой от начала координат равно  $p$ , а второе уравнение — окружность радиуса  $r = c_{y_{г.п}} \sin \varphi$ . В общем случае  $p < r$  ( $p = \frac{r}{\sqrt{1 + n_\Phi^2}}$ ) и уравнения (3.6) дают два решения для  $h_{y_a}$  и  $h_{z_a}$ . Пример расположения окружности и прямой при  $c_{y_a} > c_{z_a} > 0$  приведен на рис. 2. Анализ показывает, что одно из этих решений (точка  $I$ ) соответствует левому

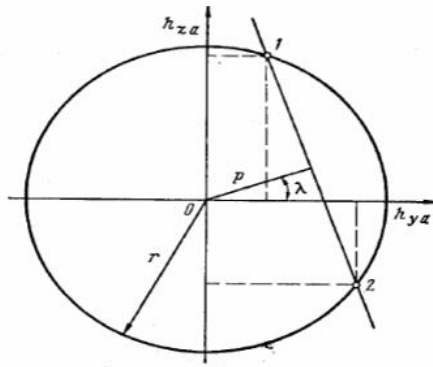


Рис. 2

( $n_\phi > 0$ ), а другое (точка 2) — правому ( $n_\phi < 0$ ) вращению самолета. Эти решения можно представить в виде

$$h_{y_a} = \frac{c_{y_a} - n_\phi c_{z_a}}{1 + n_\phi^2}, \quad h_{z_a} = \frac{c_{z_a} + n_\phi c_{y_a}}{1 + n_\phi^2}. \quad (3.8)$$

При прямолинейном полете самолета  $n_\phi = 0$ ; в этом случае  $h_{y_a} = c_{y_a}$ ,  $h_{z_a} = c_{z_a}$ . Это решение соответствует координатам точки касания прямой и окружности, поскольку при  $n_\phi = 0$ , как видно из (3.7),  $p = r$ . При вертикальном снижении  $\varphi = c_{z_a} = c_{y_a} = 0$ ; при этом, согласно (3.7),  $p = r = 0$  и независимо от величины  $n_\phi$   $h_{y_a} = h_{z_a} = 0$ .

Переходя к связанной системе координат, получим из (3.5) и (3.8)

$$\left. \begin{aligned} h_x &= \frac{1}{1 + n_\phi^2} [c_x - n_\phi (c_y \sin \beta + c_z \sin \alpha \cos \beta) + n_\phi^2 c_{x_a} \cos \alpha \cos \beta], \\ h_y &= \frac{1}{1 + n_\phi^2} [c_y + n_\phi (c_x \sin \beta - c_z \cos \alpha \cos \beta) - n_\phi^2 c_{x_a} \sin \alpha \cos \beta], \\ h_z &= \frac{1}{1 + n_\phi^2} (c_z + n_\phi c_{y_a} \cos \beta + n_\phi^2 c_{x_a} \sin \beta), \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} c_{x_a} &= (c_x \cos \alpha - c_y \sin \alpha) \cos \beta + c_z \sin \beta, \\ c_{y_a} &= c_y \cos \alpha + c_x \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Необходимо учитывать, что величина  $c_R$  (3.4) содержит две составляющие: безразмерный главный вектор аэродинамических сил  $c_R^A$  и безразмерный главный вектор газодинамических сил (тяги)  $c_p$ ,  $c_R = c_R^A + c_p$ , причем величины  $c_{x_a}^A$  и  $c_x^A$  считаются положительными, когда сила направлена в сторону отрицательного направления соответствующей оси координат. Поэтому в (3.9) и (3.10)

$$c_x = -c_x^A + c_{p_x}, \quad c_{x_a} = -c_{x_a}^A + c_{p_{x_a}}.$$

Таким образом, благодаря использованию обобщенных координат (фиктивной перегрузки и направляющих косинусов) уравнения балансировки самолета при движении по спирали могут быть приведены при  $c_R = c_R(\varphi, \beta_0)$  к трем уравнениям моментов, что существенно упрощает задачу. В этой связи заметим, что направляющие косинусы использовались для упрощения анализа сложных пространственных движений летательных аппаратов и ранее: в работе [6] — для исключения особенности в общих уравнениях движения летательного аппарата, а в работе [7] — для определения квазистатических режимов движения летательного аппарата. Применительно к штурману самолета известны и другие подходы. Так, в работе [8] для упрощения уравнений движения самолета используется предположение о том, что главный вектор аэродинамических сил совпадает с нормальной осью самолета. В работе [5] используется приближенная связь углов  $\alpha_\omega$  и  $\beta_\omega$ , определяющих положение вектора  $\omega$  относительно самолета, с углами  $\alpha$  и  $\beta$  и угловой скоростью  $\omega$ .

В общем случае  $c_R$  (2.1) с учетом (2.4)–(2.10) имеет вид

$$c_R = c_R(\alpha, \beta, n_\Phi, \varepsilon_0, h), \quad (3.11)$$

и для вычисления левых частей уравнений (1.14) при заданных значениях  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $n_\Phi$  необходимо предварительно решить при этих значениях  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $n_\Phi$  систему уравнений (3.9), в которой теперь коэффициенты сил согласно (3.11) — функции  $h_x$ ,  $h_y$  и  $h_z$ .

При точном учете зависимости (3.11) это эквивалентно по существу рассмотрению исходной системы (1.13), (1.14). Однако вследствие того, что коэффициенты сил зависят от угловых скоростей и углов отклонения органов управления в существенно меньшей мере, чем коэффициенты моментов, зависимость  $c_R$  от  $h$  можно учесть приближенно. Так, при расчетах штопора в (3.11) можно положить, что вектор  $h$  коллинеарен вектору  $v$

$$h = -h_* v. \quad (3.12)$$

При этом коэффициенты сил будут функциями  $h = c_{y.r.п}$  и для вычисления величины  $h$ , входящей в соотношение (3.11), вместо (3.9) можно использовать уравнение (3.3), которое с учетом (3.12) принимает вид

$$h^2(1 + n_\Phi^2) - n_\Phi^2 c_{x_a}^2(h) - c_R^2(h) = 0. \quad (3.13)$$

Величины  $h_x$ ,  $h_y$  и  $h_z$ , входящие в уравнение (1.14), вычисляются по соотношениям (3.9), в которых коэффициенты сил в соответствии с (3.12) являются известными функциями  $h = -h_* v$ , где  $h_* = h_*(\alpha, \beta, n_\Phi)$  — решение уравнения (3.13). Заметим, что при необходимости точного вычисления величины  $h$  на основе уравнений (3.9) и исходного соотношения (3.11) величина  $h = -h_* v$  может быть принята в качестве первого приближения.

### Тема 6.8 Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции Теоретические вопросы:

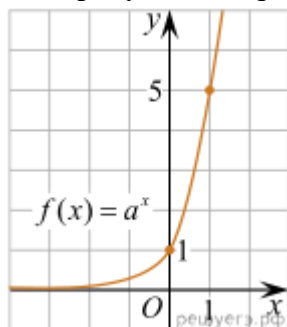
1. На что необходимо обратить внимание при решении иррационального уравнения четной степени?
2. Чему равен корень четной степени из отрицательного числа? Приведите пример.
3. Чему равен корень нечетной степени из отрицательного числа? Приведите пример.

**Контрольная работа №6.** Степенная, показательная и логарифмическая функции.  
Решение уравнений

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. Между какими двумя натуральными числами находится число  $\sqrt[3]{19}$ ?  
А) 19 и 20; Б) 2 и 3; В) 18 и 19; Г) 3 и 4.
2. На рисунке изображён график функции вида  $f(x)=a^x$ . Найдите значение  $f(2)$ .



- А) 25.; Б) 5; В) 32; Г) нет верного ответа.
3. Какая из функций возрастает на всей области определения?  
А)  $f(x)=\log_5 x$ ; Б)  $f(x)=0,7^x$ ; В)  $f(x)=x^2$ ; Г)  $f(x)=\log_{\frac{1}{2}} x$ .
4. Укажите область определения функции  $f(x) = \lg \frac{2x-3}{x+7}$

А) (-7; 1,5); Б) (-∞; -1,5), (7; +∞); В) (-1,5; 7); Г) (-∞; -7), (1,5; +∞).

### Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. Найдите значение выражения  $4^8 \cdot 11^{10} : 44^8$ .

6. Сколько целых решений имеет неравенство  $1 < 7^{x-1} \leq 49$ ?

7. Найдите корень уравнения  $\log_5(4+x) = 2$ .

8. )Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  километров над

землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{2Rh}$ , где  $R=6400$  км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 48 километров? Ответ выразите в километрах.

9. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону

$m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 184 мг. Период его полураспада составляет 7 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

10. Найдите значение выражения  $\log_6 108 + \log_6 2$

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	А	А	Г	121	2	21	0,18	21	3

## **Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической Статистики**

### **Тема 7.1 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей**

#### **Теоретические вопросы:**

1. Продолжите определение: «Случайное событие – это...». Приведите пример.
2. Приведите пример достоверного события.
3. Приведите пример невозможного события.
4. Продолжите определение: «Вероятность случайного события – это...».
5. Сформулируйте правило нахождения сложения вероятностей.
6. Сформулируйте правило умножения вероятностей.

Задание по теме:

1. В цветочном магазине есть 5 видов красных и 3 вида розовых цветов. Сколькими способами можно выбрать букет из 3 цветков разного вида одного окраса?

2. В равной пропорции были посажены следующие виды клевера: красный, белый и гибридный. Всхожесть семян 97%, 86% и 83% соответственно. Какова вероятность всхожести всех посаженных цветов клевера?

3. Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Вероятности попадания по цели равны  $p_1=0.6$  и  $p_2=0.5$  соответственно. Найти, что вероятнее: два, одно или ни одного поражения цели.

4. На полке стоят 7 учебников, из которых три по математике. С полки наугад взяли два учебника. Найти вероятность того, что оба они окажутся учебниками по математике

### **Тема 7.2 Вероятность в профессиональных задачах**

#### **Теоретические вопросы:**

1. Как найти среднее арифметическое числового ряда?
2. Как найти медиану числового ряда?
3. Как вычисляется размах числового ряда?
4. Для чего нужны диаграммы, графики? Перечислите виды диаграмм.

5. Приведите примеры проявления закона больших чисел в природных явлениях.
6. Приведите примеры проявления закона больших чисел в общественных явлениях.
7. Какое свойство относительной частоты вы знаете?
8. Как связаны относительная частота и вероятность?
9. Вспомним обозначения.
10. Чему равна относительная частота всхожести семян овса, если было посажено 1000 зерен, а взошло 960?
11. Задание
12. Десять дней назад вы посадили дома по 10 семян (календулы или лобелии, или бархатцев), разделившись на три группы. Сегодня поработаем в этих группах. Соберите все данные в группе и найдите относительную частоту всхожести семян
13. Сравните полученные вами результаты с представленными.
14. Сделайте выводы.
15. Задание 2
16. Используя статистические данные метеослужбы за несколько лет, составьте прогноз вероятности осадков на 1 мая в вашей местности (2 мая и т.д. индивидуально)

### **Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)**

**Практическое занятие № 27** Относительная частота события, свойство ее устойчивости.

**Задача 1.** Найти вероятность безотказной работы двигателя автомобиля ЗИЛ – 130 на протяжении пробега 50 тыс. км, если из 310 двигателей, поставленных на испытание, к моменту расчета отказал 31 двигатель.

Определить интенсивность отказов двигателей, если из 310 двигателей на протяжении пробега интервалом от 20 до 30 тыс. км отказали 2 двигателя; от 30 до 40 тыс. км отказало 8 двигателей, а на интервале от 40 до 50 тыс. км отказало 16 двигателей.

При испытании пяти автомобилей в течение установленного срока зафиксировано пять отказов, на устранение которых затрачено соответственно 1,5 ч., 0,5 ч., 1,1 ч., 2,1 ч., 0,75 ч. Определить среднее время восстановления.

**Задача 2.** Радар автоинспектора имеет точность 10 км/ч и округляет свои показания в ближайшую сторону. Определить, что происходит чаще — радар округляет скорость «в пользу водителя» или «в пользу ГАИ»?

**Задача 3.** Ёмкость цистерны для хранения бензина на автозаправочной станции равна 50 т. Найти вероятности событий, состоящих в том, что при случайной проверке в цистерне будет обнаружено: а) менее 5 т бензина; б) более 20 т бензина; в) хотя бы 1 т бензина.

**Задача 4.**

Два водителя, независимо друг от друга, выезжают из пункта А в пункт В. Навигатор предлагает каждому из них 8 равноценных маршрутов, и автомобилисты выбирают маршрут случайным образом. Найдите вероятность того, что автомобилисты выберут различные маршруты.

**Практическое занятие № 28** Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события

**Задание 1.** По данным станции «Кавказская» интервал движения между поездами южного направления в течение 03.09.2021г. составил {7,5,7,12,20,15,15,7,30,20,15,12,45,30, 15,12, 20,60,30,20} (минут). Определите объем выборки, размах вариации, постройте статистический ряд и выборочное распределение (вместе в одной таблице). Найдите среднее значение, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Результаты вычислений занесите в таблицу.



**Задание 2.** Служба ремонта подвижного состава получила ящик с 20 изделиями, среди которых 4 некондиционные. Для осуществления ремонтных работ из данного ящика берут 3 изделия. Событие  $X$  – «установленные детали кондиционные». Постройте закон распределения дискретной случайной величины. Найдите размах вариации, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

**Задание 3.**

Необходимо дать прогноз потребности в перевозке груза из пункта А в В на седьмую неделю, используя метод регрессионного анализа.

Номер недели	1	2	3	4	5	6
Количество перевозок.	14	18	20	28	28	34

Задача 4. По предприятию известны данные о расстоянии перевозки партий груза в международном сообщении (км):

1560, 1060, 1420, 1410, 1500, 1400, 1800, 1700, 1420, 1780, 1450.

Вычислить среднее расстояние, моду и медиану.

**Тема 7.3** Дискретная случайная величина, закон ее распределения

**Теоретические вопросы:**

1. Что изучает статистика?
2. Продолжите определение: «Сочетание – это...».
3. Продолжите определение: «Размещение – это...».
4. Продолжите определение: «Перестановки – это...».

**Тема 7.4** Задачи математической статистики.

**Практическое занятие №29** Числовые характеристики (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия).

Устный опрос, решение задач.

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия равна 0,2.

Имеется 4 снаряда. Обстрел цели происходит до первого попадания. Пусть случайная величина  $X$  – число израсходованных снарядов. Какое из представленных распределений является законом распределения данной случайной величины?

- 1)

$X$	1	2	3	4
$P$	0,2	0,16	0,128	0,512
- 2)

$X$	1	2	3	4
$P$	0,8	0,16	0,02	0,02
- 3)

$X$	1	2	3	4
$P$	0,2	0,16	0,5376	0,1024

2. По 46 районам Краснодарского края за 2016 г. имеются следующие данные по урожайности кукурузы на зерно (ц/га) в организациях:

44,0; 37,1; 24,8; 37,9; 51,5; 52,5; 50,3; 47,5; 30,7; 39,0; 56,9; 62,3; 51,9; 53,9; 46,6; 32,0; 50,7; 50,5; 37,4; 54,4; 47,5; 52,1; 48,4; 50,0; 28,5; 57,8; 33,8; 24,4; 48,6; 47,5; 21,6; 38,9; 52,3; 54,4; 37,1; 36,5; 47,2; 47,9; 22,5; 43,0; 29,1; 53,7; 25,0; 30,5; 28,5; 38,6.

Составить вариационный ряд с равными интервалами (6 интервалов) и изобразить графически (гистограмму распределения районов по урожайности). Определить среднюю урожайность кукурузы на зерно.

3. Экзаменационный билет по математике содержит 10 заданий. Изучалось число задач, решенных абитуриентами на вступительном экзамене. Результаты сдачи экзамена для 300 абитуриентов таковы

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
13	17	15	35	10	9	40	51	45	33	32

Чему равна мода представленного ряда распределения?

Ответы. 5, 8, 7, 6, 5

1. Дискретная случайная величина  $X$  имеет распределение

X	1	2	3
P	0,35	0,4	0,25

Найдите ее математическое ожидание  $M(X)$ .

2. Результаты взвешивания 50 случайным образом отобранных пачек чая представлены рядом распределения

147	148	149	150	151	152	153	154
4	5	8	11	11	7	3	1

Найдите медиану данного ряда наблюдаемых данных.

Ответы. 151; 149; 150; 150,5

3. Для проведения аналитики наблюдалось распределение высоты тюльпанов определенного сорта. Были получены следующие данные:

Высота тюльпанов (см)

34	35	36	37	38	39	40	41
----	----	----	----	----	----	----	----

Количество тюльпанов данной высоты

8	19	34	108	72	51	6	2
---	----	----	-----	----	----	---	---

Найдите моду и медиану данного распределения.

1)  $M_o=37$ ;  $M_e=37$ ;

2)  $M_o=37$ ;  $M_e=38$ ;

3)  $M_o=37,5$ ;  $M_e=37,5$ .

### Практическое занятие №30 Работа с таблицами, графиками, диаграммами

Рассмотрим пример 1.

При измерении высоты нарциссов (в мм) была получена следующая выборка (объема  $n = 30$ ):

160, 154, 183, 155, 153, 167, 186, 163, 155, 175, 170, 166, 159, 173, 182, 167, 171, 169, 165, 156, 179, 158, 171, 175, 173, 164, 172.

Какую первичную обработку нужно провести?

Осуществите это с помощью компьютерной программы Excel.

Как сгруппировать эти числа, если почти нет повторяющихся?

Правильно, и мы получим интервальный вариационный ряд

Необходимо построить интервальный вариационный ряд из 6 интервалов и его гистограмму.

Как найти величину интервала?

Какая длина у вас получилась?

Получаем следующие шесть промежутков:

[150,156); [156,162); [162,168); [168,174); [174,180); [180,186].

Обратите внимание на скобки, чтобы одно значение не вошло в два промежутка.

Проверкой послужит то, что сумма всех частот будет равной объему выборки (30).

Постройте гистограмму, используя компьютер.

Задание 2.

Имеются следующие данные о всхожести луковиц цветов и количеством внесенных минеральных удобрений по 10 тепличным хозяйствам:

№	Всхожесть, кол-во на м <sup>2</sup>			Внесено минеральных удобрений на 1 м <sup>2</sup> , г		№
	Всхожесть, кол-во на м <sup>2</sup>			Внесено минеральных удобрений на 1 м <sup>2</sup> , г		
1	128	140	6	183	197	
2	179	262	7	201	246	
3	221	289	8	195	276	
4	136	191	9	141	187	
5	164	202	10	192	253	

Для изучения зависимости между всхожестью луковиц цветов и количеством внесенных минеральных удобрений произвести группировку тепличных хозяйств, образовав три группы с равными интервалами. По каждой группе подсчитать: число предприятий;

среднюю всхожестью луковиц цветов;

средний объем внесенных минеральных удобрений на  $1 \text{ м}^2$ , г.

Постройте гистограмму зависимости между всхожестью луковиц цветов и количеством внесенных минеральных удобрений. Используйте компьютерную программу Excel. Сделайте выводы

**Тема 7.5** Элементы теории вероятностей и математической статистики

**Контрольная работа № 7** Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных

1. Каких событий не бывает в теории вероятностей?

А) случайные; Б) неслучайные; В) достоверные; Г) невозможные.

2. Событие, которое при выполнении определенной совокупности условий, обязательно произойдет - это:

А) случайное; Б) неслучайное; В) достоверное; Г) невозможное.

3. Вероятность случайного события есть неотрицательное число, заключенное между числами:

А) 0 и 1; Б) 0 и 100; В) -1 и 1; Г) -100 и 100.

4. Группировка – это...

А) упорядочение единиц совокупности по признаку; Б) разбиение единиц совокупности на группы по признаку; В) обобщение единичных фактов; Г) обобщение единичных признаков.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. В офисе дизайнерского агентства находятся 8 посетителей женского пола и 2 мужского. Определить вероятность того, что первым к консультанту обратится мужчина.

6. На конференцию приехали 2 ученых из Германии, 3 из Сербии и 7 из Швейцарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что пятым окажется доклад ученого из Сербии.

7. Маша, Тимур, Диана, Костя и Антон бросили жребий — кому достанется проект по оформлению свадебного зала. Найдите вероятность того, что проект точно не будет выполнять Антон.

8. В ящике три красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

9. Дан ряд чисел: 175; 172; 179; 171; 174; 170; 172; 169. Найдите моду ряда и среднее арифметическое ряда.

10. При анализе ценовых предпочтений клиентов дизайнерского агентства получены данные, представленные в таблице: доля клиентов, приобретающих дизайнерские услуги одинакового назначения, но различной цены. Найти моду случайной величины. X – цены продаваемых услуг.

$x_i$	3500	4500	5500	6500	7500	8500
$p_i$	1/20	3/20	3/20	8/20	4/20	1/20

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	Б	В	А	А	0,2	0,25	0,8	0,15	172; 172,75	6500

### 5.3.2 Оценочные средства для проведения контроля по внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся

Задания по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся представлены в Методических рекомендациях по внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся

### 5.3.3 Контрольно-оценочные средства промежуточной аттестации

Задания для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена

Перечень практических заданий:

1)

Вычислите  $29 \cdot 16^{\frac{1}{4}} - 15$ .

Вычислите  $27 \cdot 32^{\frac{1}{5}} - 14$ .

Вычислите  $7 - 3 \cdot 64^{\frac{1}{6}}$ .

Вычислите  $2 \cdot 125^{\frac{1}{3}} - 0,9$

Вычислите  $\left(-2\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot 96$

Вычислите  $\left(-\frac{3}{4} - 1\frac{1}{9}\right) \cdot 90$

Вычислите  $\left(-2\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) \cdot 12$

Вычислите  $\left(-\frac{7}{8} + 8\frac{1}{2}\right) \cdot 32$

2)

Упростите выражение  $\frac{5^{0,5}}{5^{-0,5}}$ .

Упростите выражение  $\frac{11^{1,7}}{11^{-0,3}}$ .

Упростите выражение  $\frac{6^{1,4}}{6^{-0,6}}$

Упростите выражение  $\frac{7^{1,5}}{7^{-0,5}}$ .

Упростите выражение  $4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$

Упростите выражение  $8^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$

Упростите выражение  $4^{\frac{1}{5}} \cdot 8^{\frac{1}{5}}$

Упростите выражение  $25^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$

3)

Вычислите:  $\log_2 50 - 2\log_2 5$ .

Вычислите:  $2^{\log_2 3} + \log_7 2 - \log_7 14$ .

Вычислите:  $\log_5 3 - \log_5 15 + \log_5 5$

Вычислите:  $\log_2 64 - 2\log_2 2$ .

Вычислите:  $\log_6 198 - \log_6 5,5$

Вычислите:  $\log_{12} 108 - \log_{12} 0,75$

Вычислите:  $\log_{12} 216 - \log_{12} 1,5$

Вычислите:  $\log_{11} 12,1 + \log_{11} 10$

Вычислите  $\log_6 \frac{1}{2} + \log_6 72$

Вычислите  $\frac{72}{\frac{1}{4} \log_1 8}$

Вычислите  $\log_5 \frac{1}{2} + \log_5 50$

Вычислите  $\frac{42}{7^{\log_7 14}}$

Вычислите  $\log_2 \frac{1}{5} + \log_2 80$ .

Вычислите  $\frac{28}{\frac{1}{5} \log_1 7}$

Вычислите  $\log_5 150 - \log_5 6$

Вычислите  $\frac{36}{\frac{1}{6} \log_1 4}$

Вычислите:  $\lg 4 + 2\lg 5$

Вычислите:  $\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \sqrt{2}$

Вычислите:  $\log_6 9 + 2 \log_6 2$

Вычислите:  $\lg \sqrt{30} - \lg \sqrt{3}$

4)

Найдите значение  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,8$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

Найдите значение  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

Найдите значение  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найдите значение  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Найдите значение  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ,  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Найдите значение  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Найдите значение  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ,  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Найдите значение, если  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Найдите значение  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Найдите значение, если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -2\pi$ .

Найдите значение  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $-\pi < \alpha < -\frac{3\pi}{2}$ .

5)

Упростите выражение  $7\cos^2 \alpha - 5 + 7\sin^2 \alpha$ .

Упростите выражение  $-3\sin^2 \alpha - 6 - 3\cos^2 \alpha$ .

Упростите выражение  $-4\sin^2 \alpha + 5 - 4\cos^2 \alpha$

Найдите значение  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

Упростите выражение  $4\cos^2 \alpha - 5 + 4\sin^2 \alpha$ .

6)

Решите уравнение  $\cos x = 1$ .

Решите уравнение  $\sin x = 1$ .

Решите уравнение  $\cos x = -1$ .

Решите уравнение  $\cos x = 0$

7)

Найти корень уравнения  $\sqrt{64 - 3x^2} = -x$ .

Найти корень уравнения  $\sqrt{125 - 4x^2} = -x$ .

Найти корень уравнения  $\sqrt{4x^2 - 27} = -x$

Найти корень уравнения  $\sqrt{27 - 2x^2} = -x$ .

8)

Найти корень уравнения  $\left(\frac{1}{32}\right)^{0,5x+1} = 8$ .

Найти корень уравнения  $\left(\frac{1}{25}\right)^{0,4x-2} = 125$ .

Найти корень уравнения  $\left(\frac{1}{8}\right)^{0,1x-1} = 16$

Найти корень уравнения  $\left(\frac{1}{5}\right)^{4x-6} = 25$ .

9)

Решите неравенство  $\frac{6x-2}{(x-1)(x+2)} \leq 0$ .

Решите неравенство  $\frac{x-3}{(4x-2)(x+2)} \leq 0$ .

Решите неравенство  $\frac{x+8}{(4x-1)(x-2)} \geq 0$ .

Решите неравенство  $\frac{5x-1}{(x-3)(x+2)} \leq 0$ .

10)

Найдите множество значений функции  $y = \cos x - 2$ .

Найдите множество значений функции  $y = \sin x + 4$ .

Найдите множество значений функции  $y = \sin x - 1$ .

Найдите множество значений функции  $y = \cos x - 3$ .

11)

Найдите производную функции  $f(x) = (7 - 2x)^4$ .

Найдите производную функции  $f(x) = (5 + 3x)^3$ .

Найдите производную функции  $f(x) = (3x - 4)^6$ .

Найдите производную функции  $f(x) = (8 - 3x)^4$ .

Найти значение производной функции  $y = x^2 + 3x - 4$  в точке  $x_0 = 1$

Найти значение производной функции  $y = x^3 - 3x + 2$  в точке  $x_0 = -1$

Найти значение производной функции  $y = x^2 + x + 1$  в точке  $x_0 = 1$

Найти значение производной функции  $y = x^2 - 2x + 1$  в точке  $x_0 = 2$

Найдите производную функции  $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 8x + 2$ . Вычислите ее значение в точке  $x = 1$ .

Найдите производную функции  $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 3x - 5$ . Вычислите ее значение в точке  $x = -1$ .

Найдите производную функции  $f(x) = 5x^3 - 4x^2 + 6x - 7$ . Вычислите ее значение в точке  $x = 1$ .

Найдите производную функции  $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 9$ . Вычислите ее значение в точке  $x = -1$ .

12)

Укажите первообразную функции  $f(x) = 2x + 4x^3 - 1$ .

Укажите первообразную функции  $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$ .

Укажите первообразную функции  $f(x) = 5x^4 - 2x + 1$

Укажите первообразную функции  $f(x) = 2x^3 + 4x^5 - 2$

13)

Решите уравнение  $\log_5 x + \log_5 3 = \log_5 12$ .

Решите уравнение  $\log_7 x + \log_7 6 = \log_7 18$ .

Решите уравнение  $\log_4 x + \log_4 5 = \log_4 20$

Решите уравнение  $\log_5 x + \log_5 4 = \log_5 24$

14)

Найдите точки максимума функции  $y = x^3 - 3x^2$

Найдите точку минимума функции  $y = x^2 - 1$ .

Найдите точку максимума функции  $y = 4x - x^4$

Найдите точки максимума функции  $y = x^4 - 8x^2$

Найдите точки экстремума функции:  $y = 3 + 24x - 3x^2 - x^3$

Найдите точки экстремума функции:  $y = x^3 + 6x^2$

Найдите точки экстремума функции:  $y = 12x - x^3$

Найдите точки экстремума функции:  $y = x^2 - 4x^2 + 5x - 1$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 0]$ :  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; 2]$ :  $f(x) = x^3 -$

$$9x^2 + 15x - 3$$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 0]$ :  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; 2]$ :  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции:  $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции:  $y = 4x^3 - 12x^2 - 36x + 18$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции:  $y = 4x^3 - 12x^2 - 96x + 26$

Найдите промежутки возрастания и убывания функции:  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 12$

**15)**

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 2; 2; 1

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 2; 3; 6.

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 6; 6; 7

Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 6; 3; 1.

**16)**

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ .

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = x^3 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ .

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = 1 - x^3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = -4x - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = -3$ ,  $x = -1$ .

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $a = 1$ ,  $b = 3$ ,  $y = 0$ .

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $y = 0$ .

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = 1 - x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$

Вычислите площадь фигуры (S), ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 0$

**17)**

Укажите область определения функции  $y = \log_{0,3}(6x - 3x^2)$ .

Укажите область определения функции  $y = \log_{0,3}(x^2 - 4x)$ .

Укажите область определения функции  $y = \log_{0,5}(x^2 - 3x)$ .

Укажите область определения функции  $y = \log_{0,5}(4x - 2x^2)$ .

**18)**

Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-5x} - 1 \leq 0$ .

Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\left(\frac{4}{11}\right)^{6x-3} - 1 \leq 0$ .

Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\left(\frac{2}{7}\right)^{4-8x} - 1 \leq 0$ .

Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\left(\frac{1}{4}\right)^{6-3x} - 1 \leq 0$ .

**19)**

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны  $56\text{дм}^2$  и  $192\text{дм}^2$ , а длина их общего ребра 8дм. Найдите объем параллелепипеда.

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны  $35\text{см}^2$  и  $42\text{см}^2$ , а длина их общего ребра 7см. Найдите объем параллелепипеда.

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны  $20\text{см}^2$  и  $45\text{см}^2$ , а длина их общего ребра 5см. Найдите объем параллелепипеда.

Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны  $42\text{дм}^2$  и  $182\text{дм}^2$ , а длина их общего ребра 7дм. Найдите объем параллелепипеда.

Диагональ куба равна  $\sqrt{12}$ . Найдите его объем.

Объем куба равен  $24\sqrt{3}$ . Найдите диагональ.

Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребро увеличить в три раза?

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4.

Диагональ равна 6. Найдите объем.

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 3. Объем равен 36. Найти диагональ.

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найти объем.

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высота уменьшится в три раза, а радиус останется прежним.

Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найти объем.

Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.

Площадь поверхности куба равна 18. Найдите площадь диагонального сечения.

Объем цилиндра равен  $45\pi$ , а площадь его боковой поверхности равна  $30\pi$ . Найдите радиус цилиндра.

Объем цилиндра равен  $45\pi$ , а площадь его основания  $9\pi$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Объем цилиндра равен  $80\pi$ , а высота равна 5. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем конуса, считая  $\pi = 3$ .

Образующая конуса равна 24 см и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем конуса, считая  $\pi = 3$ .

Образующая конуса равна 18 дм и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем конуса, считая  $\pi = 3$ .

Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем конуса, считая  $\pi = 3$ .

**20)**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $AC = \sqrt{91}$ . Найти  $\sin A$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 7$ ,  $AC = 5$ . Найти  $\operatorname{tg} A$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 78$ ,  $AC = 30$ . Найти  $\operatorname{tg} A$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 20$ ,  $AC = 12$ . Найти  $\sin A$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 15$ ,  $AC = 12$ . Найти  $\operatorname{tg} A$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB=5$ ,  $AC=4$ . Найдите  $\operatorname{ctg} A$ .

В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $90^\circ$ ,  $AC=10$ ,  $AB=8$ . Найдите  $\operatorname{tg} C$ .

Найдите значение выражения  $2\sin\frac{\pi}{2} + 4\cos\frac{\pi}{6} - 2\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$ .

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC=4$ ,  $BC=3$ . Найдите  $\cos A$ .

В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $90^\circ$ ,  $AB=8$ ,  $AC=10$ . Найдите  $\sin A$ .

**21)**

Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 220 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ежемесячная плата за телефон составляет 400 рублей. В следующем году она увеличится на 7%. Сколько рублей будет составлять ежемесячная плата за телефон в следующем году?

Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 16 500 рублей. Какую сумму он получит после уплаты налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

В сентябре 1 кг слив стоил 70 рублей. В октябре сливы подорожали на 10%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 49 гектаров и распределена между зерновыми культурами и картофелем в отношении 2:5 соответственно. Сколько гектаров занимает картофель?

Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана

Кузьмича равна 13000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича



равна 16 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

22)

В летнем лагере 249 детей и 28 воспитателей. В одном автобусе можно перевозить не более 45 пассажиров. Какое наименьшее количество таких автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

Сырок стоит 14 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 190 рублей?

Сырок стоит 17 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 150 рублей?

На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Пионы стоят 60 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа пионов он может купить букет Маше на день рождения?

Теплоход рассчитан на 770 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 80 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

В среднем за день во время конференции расходуется 60 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

В летнем лагере 165 детей и 22 воспитателя. В одном автобусе можно перевозить не более 45 пассажиров. Какое наименьшее количество таких автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 560 рублей, а стоимость одного номера журнала в киоске — 27 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

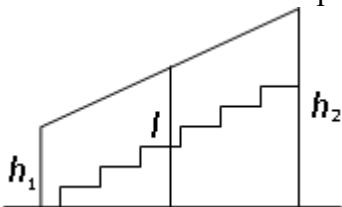
ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамен по физике?

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5 : 3 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

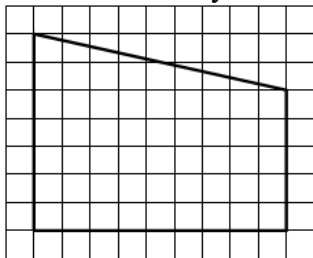
В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 154 человека. Какое наименьшее количество килограммовых упаковок сахара нужно на весь лагерь на 7 дней?

23)

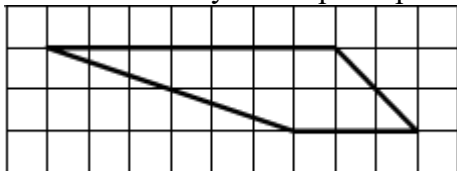
Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту  $l$  этого столба, если наименьшая высота  $h_1$  перил равна 1,9 м, а наибольшая высота  $h_2$  равна 2,9 м. Ответ дайте в метрах.



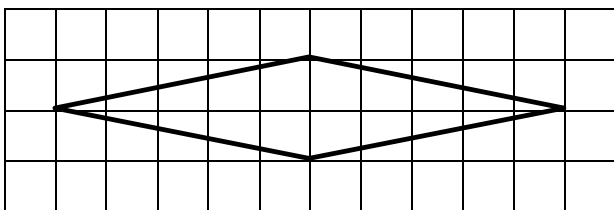
На клетчатой бумаге с размером клетки 1/1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



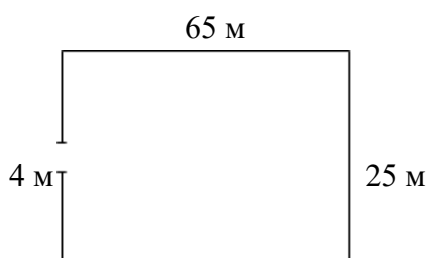
На клетчатой бумаге с размером клетки 1/1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



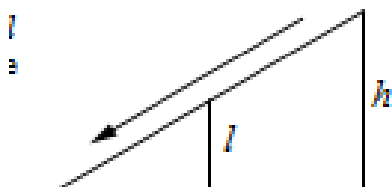
На клетчатой бумаге с размером клетки 1/1 изображён ромб. Найдите его площадь.



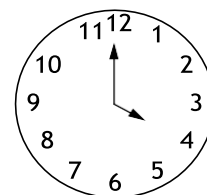
Участок земли имеет прямоугольную форму. Стороны прямоугольника равны 25 м и 65 м. Найдите длину забора (в метрах), которым нужно огородить участок, предусмотрев проезд шириной 4 м.



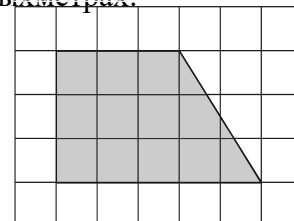
Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту  $l$  этого столба, если высота  $h$  горки равна 3,8 м. Ответ дайте в метрах



Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?



План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м / 1 м. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



24)

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Голландии и 4 прыгуна из Колумбии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым будет выступать прыгун из Голландии.

Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,82. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Папа, мама, сын и дочка бросили жребий – кому мыть посуду. Найдите вероятность того, что посуду будет мыть папа.

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем, 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

Конференция длится четыре дня. В первый выступают 15 докладчиков, во второй – 20, в третий – 25, в четвертый – 10. Какова вероятность того, что доклад профессора М. выпадет на четвертый день?

В жеребьевке участвуют 5 немцев, 8 французов, 3 эстонца, 4 русских. Какова вероятность того, что первым будет выступать немец?

В корзине 10 красных шаров и 6 синих. Наугад достаётся один из них. Какова вероятность того, что выбранный таким образом шар окажется красного цвета?

В сборнике билетов по химии всего 45 билетов, в восемнадцати из них встречается вопрос по теме «Углеводороды». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Углеводороды».

Миша, Олег, Настя и Галя бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет не Галя.

В группе туристов 30 человек. Их вертолёт доставляют в труднодоступный район, перевозя по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен.

Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолёта.

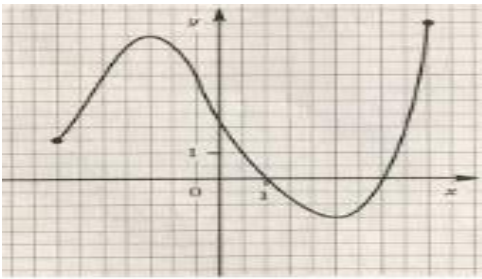
В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,8, а вероятность того, что он прослужит более 2 лет, равна 0,6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 2 лет?

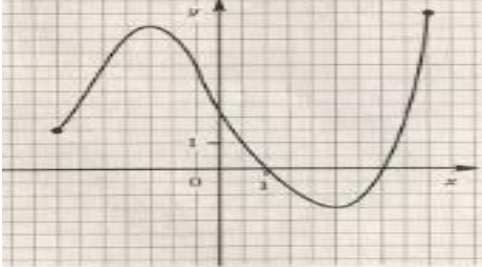
Стрелок при каждом выстреле поражает мишень с вероятностью 0,3, независимо от результатов предыдущих выстрелов. Какова вероятность того, что он поразит мишень, сделав не более 3 выстрелов?

25)

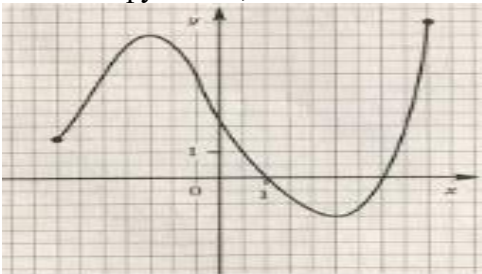
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: область определения функции;



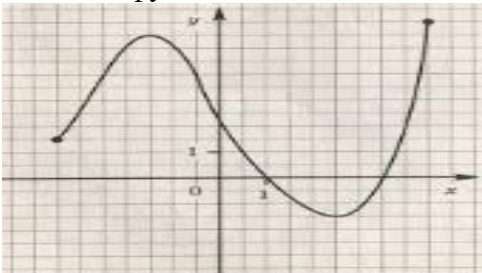
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: нули функции;



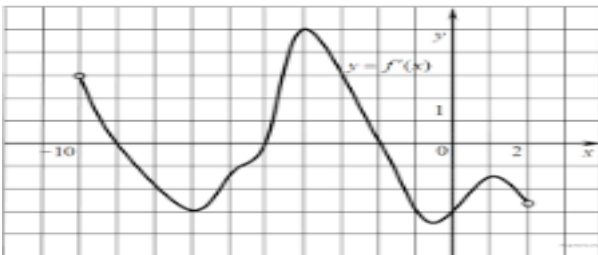
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;



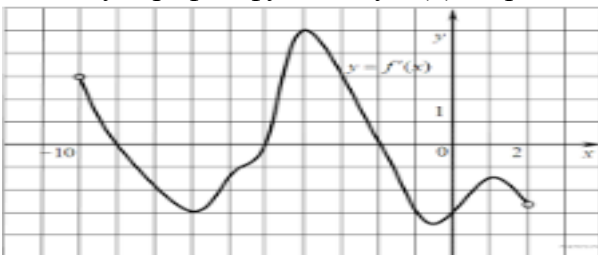
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;



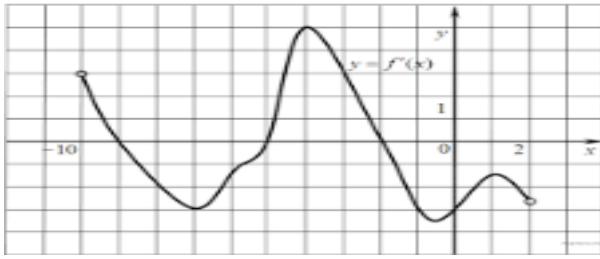
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: область определения функции;



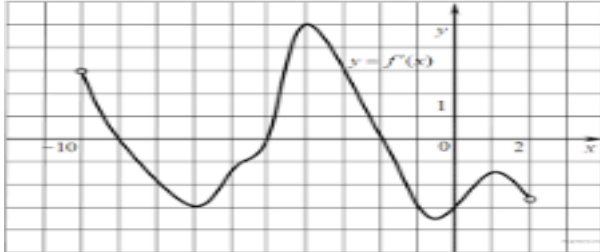
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: нули функции;



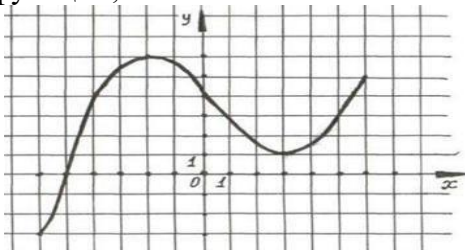
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;



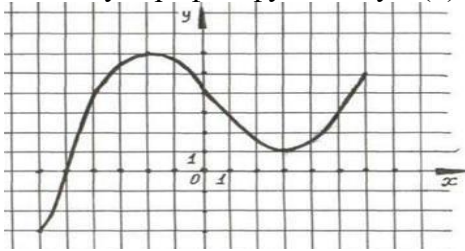
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;



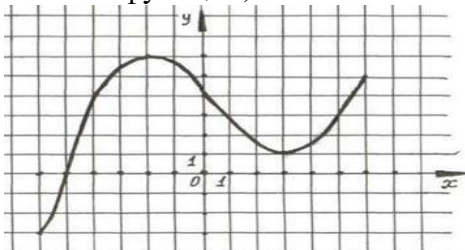
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: область определения функции;



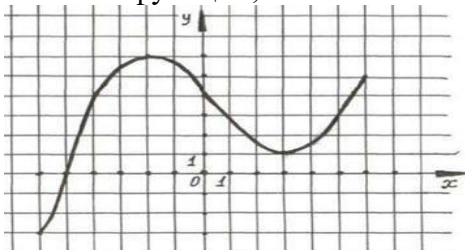
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: нули функции;



Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;

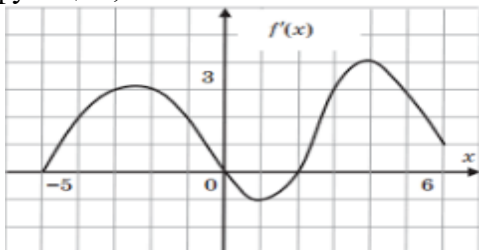


Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;

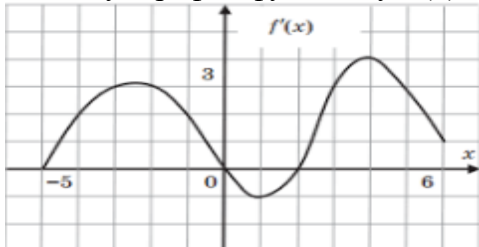


Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: область определения

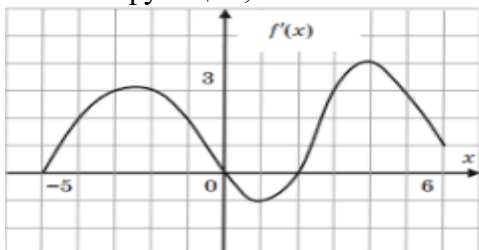
функции;



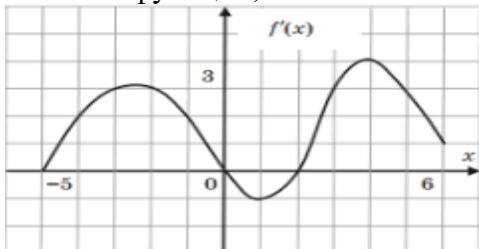
Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: нули функции;



Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: наименьшее и наибольшее значения функции;



Используя график функции  $y=f(x)$ , определите и запишите ответ: промежутки возрастания и убывания функции;



### Критерии оценивания экзаменационной работы

**Место проведения:** Учебный кабинет

**Время на выполнение:** 6 часов

#### Инструкция по выполнению экзаменационной работы по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 16 заданий, часть 2 содержит 4 задания с развернутым ответом.

При выполнении части 1 в лист ответов записывается краткое условие, все необходимые вычисления, преобразования, записан ответ отдельной строкой.

Если получилась обыкновенная дробь, ответ записывается в десятичной дроби.

При выполнении части 2 записывается полное решение и полученный ответ.

Содержание критерия 2 части	Баллы
обоснованно полученный верный ответ	2
имеется верная последовательность всех шагов решения, но получен неверный ответ из-а вычислительной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

Сначала выполняйте задания части 1. Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропустите задание, которое не удалось решить

сразу, и переходите к следующему. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Рекомендую внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, калькулятором.

Вы можете воспользоваться справочными материалами.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов.

После завершения работы проверьте записанный ответ на каждое задание.

#### **Критерии оценки выполнения работы**

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	9-14
«4» (хорошо)	15 – 19 (не менее одного задания из 2 части)
«5» (отлично)	20-24(не менее двух заданий из 2 части)

### 5.3.4 Подготовка и защита индивидуального проекта *(если предусмотрено в учебном плане)*

#### Тематика индивидуальных проектов:

1. Графы и их использование
2. «Числа не управляют миром, но показывают, как управляется мир» (И.В. Гете)
3. Великое искусство и жизнь Джероламо Кардано
4. Математическая логика и ее достижения
5. Стереометрия
6. Загадки пирамиды
7. Геометрические формы в искусстве
8. Многогранники вокруг нас
9. Математика в архитектуре. Платоновы тела. Симметрия и гармония окружающего мира
10. Математика в профессии логист
11. Логарифмическая функция и ее применение в жизни человека
12. Виды и свойства магических квадратов
13. Магическое число Шехерезады
14. Статистические исследования
15. Функции в жизни человека
16. Все загадки и применение Бутылки Клейна
17. Сложные проценты в реальной жизни
18. Математические кривые: розы и спирали
19. Загадочный мир фракталов
20. Лист Мебиуса - удивительный объект исследования
21. Оригаметрия
22. Математические головоломки и игры: сущность, значение и виды
23. Последовательности и прогрессии в жизни
24. Загадки Циклоиды
25. Парадоксы и софизмы в математике
26. Процентные вычисления в профессиональных задачах
27. Расположение прямых плоскостей в окружающем мире *(природе, архитектуре, технике)*
28. Применения производной функции в профессии
29. Примеры симметрий в профессии
30. Применение первообразной функции в экономических задачах
31. Экономические расчеты с применением показательной и логарифмической функции

#### Основные требования к структуре и оформлению индивидуального проекта:

В соответствии с Положением по структуре и оформлению индивидуального проекта